

الامتحان التجريبي لباكوريا 2022 في مادة الرياضيات

المدة : أربع ساعات و نصف

الشعبة : رياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

التمرين الأول (05ن)

(1) أ) بيّن أن 193 عدد أولي .

ب) حلّ 206 إلى جداء عوامل أولية .

(2) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين  $x$  و  $y$  حيث:  $4x - 193y = 78$  .

أ) جد الثنائية الطبيعية  $(a; b)$  التي تحقق :  $\begin{cases} PPCM(a; b) = 618 \\ PGCD(a; b) = 3 \end{cases}$  و  $4a - 193b = 78$

ب) استنتج حلول المعادلة (E).

(3)  $M$  و  $N$  عدنان طبيعيان يكتبان على الترتيب  $12\beta\alpha$  و  $5\beta 1\alpha$  في نظام التعداد ذو الأساس 7 و  $M \equiv N[193]$

حيث  $\alpha$  و  $\beta$  رقمان طبيعيان كل منهما أصغر من 7.

أ) تحقّق أن  $44\alpha + 48\beta \equiv 78[193]$  .

ب) بيّن أن  $11\alpha + 12\beta = 116$  .

ج) عيّن  $\alpha$  و  $\beta$  ثم أكتب  $M$  و  $N$  في النظام العشري.

التمرين الثاني (04ن)

يمتلك لاعب نردين  $A$  و  $B$  متماثلان من حيث الشكل إلا أن النرد  $A$  مغشوش و فيه كل وجهين متقابلين منه يحملان نفس الرقم  $i$  حيث  $i \in \{1; 2; 3\}$  ( كل رقم من الأرقام الثلاثة مسجل على وجهين متقابلين)، أما النرد  $B$  ليس مغشوشا وفيه ثلاثة أوجه تحمل الرقم 1 و ثلاثة أوجه تحمل الرقم 2 . يرمي اللاعب أحد النردين و نرّمز بـ  $P_i$  لاحتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم  $i$  في الحالتين (رمي النرد  $A$  أو رمي النرد  $B$ )

(1) يرمي اللاعب النرد  $A$  ، أحسب  $p_1$  ،  $p_2$  ،  $p_3$  علما أنها تشكل ثلاث حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها  $\frac{1}{4}$  .

(2) أحسب  $p_1$  ،  $p_2$  في حالة رمي النرد  $B$

(3) نرّمي النردين في آن واحد ، و نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يأخذ كقيم له مجموع رقمي الوجهين العلويين . عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  وأحسب أمله الرياضياتي.

## التمرين الثالث (04ن)

نعتبر المتتالية  $(U_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:  $U_{n+1} = \frac{2U_n}{\sqrt{U_n+1}}$  و  $U_0 = 2$

$$(1) \text{ أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ فإن: } U_{n+1} = 2\sqrt{U_n + 1} - \frac{2}{\sqrt{U_n+1}}$$

(ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $1 < U_n < 3$

(ج) بيّن أن المتتالية  $(U_n)$  متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

$$(2) \text{ أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي } n, \quad 9 - U_{n+1}^2 < 4(3 - U_n),$$

$$\text{ب) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي } n, \quad 3 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - U_n),$$

$$\text{ج) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي } n, \quad 3 - U_n < \left(\frac{4}{5}\right)^n$$

(د) استنتج نهاية  $(U_n)$ . لَمَّا  $n \rightarrow \infty$

## التمرين الرابع (07ن)

(I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = 2x\sqrt{x} - 2 + \ln x$

(1) أدرس اتجاه تغير  $g$  على  $]0; +\infty[$  .

(2) أحسب  $g(1)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $]0; +\infty[$  .

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} + 1 - x$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

$$(1) \text{ بيّن أن } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 0$$

(2) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند 0 وعند  $+\infty$  .

(3) أ) بيّن أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x + 1$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  بجوار  $+\infty$  .

(ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  .

$$(4) \text{ أ) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من } ]0; +\infty[ \text{ : } f'(x) = -\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}$$

(ت) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  .

(5) أنشئ المنحنى  $(C_f)$  .

$$(6) \text{ أ) باستعمال التكامل بالتجزئة جد العدد الحقيقي: } \int_{e^{-2}}^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$$

(ب) أحسب مساحة للحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  و المستقيمين اللذين معادلتيهما:  $x = e^{-2}$  و  $x = 1$  .

(III) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $h(x) = xe^{\frac{x}{2}} - e^x + 1$

(1) بيّن انه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $h(x) = f(e^x)$

(2) استنتج جدول تغيرات الدالة  $h$  .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (4.5نقط)

$a$  عدد حقيقي موجب تماما ويختلف عن 1 . نعتبر الدالة  $f$  المعرفة و القابلة للإشتقاق على  $[0; +\infty[$  :

$$f(x) = \sqrt{1+ax^2}$$

1. تحقق أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$  .

$$2. (u_n) \text{ متتالية معرفة } \mathbb{N} \text{ على بـ : } \begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

(I) نفرض أن  $0 < a < 1$

أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $0 \leq u_n \leq \frac{1}{\sqrt{1-a}}$  .

ب) بين أن  $(u_n)$  متزايدة .

ج) إستنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة . ثم عين نهايتها .

(II) نضع  $a > 1$  :

نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :

$$v_n = u_{n+1}^2 - u_n^2$$

أ) بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1}^2 - u_n^2 = a^n$  .

ج) من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نعرف المتتالية  $(S_n)$  كالآتي :

$$S_0 = 0 \text{ و من أجل كل } n \geq 1 \text{ ، } S_n = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{n-1}$$

تحقق أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $S_n = \frac{a^n - 1}{a - 1}$  .

د) إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n = \sqrt{S_n}$  . ثم أحسب نهاية  $(u_n)$  .

### التمرين الثاني: (4.5نقط)

1.  $a$  و  $b$  عددان طبيعيين مكتوبان في النظام ذي الأساس ثلاثة على الشكل  $a = \overline{201}$  و  $b = \overline{100}$

أكتب العددين  $a$  و  $b$  في النظام العشري .

2.  $x$  ،  $y$  عددان صحيحان و  $(E)$  المعادلة ذات المجهول  $(x ; y)$  التالية :

$$ax - by = 3$$

أ) بين أنه إذا كانت الثنائية  $(x ; y)$  حلا للمعادلة  $(E)$  فإن  $x \equiv 0 [3]$  .

ب) إستنتج حلا خاصا  $(x_0 ; y_0)$  حيث  $0 \leq x_0 < 5$  . ثم حل المعادلة  $(E)$  .

3. نرمز بالرمز  $d$  إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين  $x$  و  $y$  حيث  $(x ; y)$  حل للمعادلة  $(E)$  .

أ) ماهي القيم الممكنة للعدد  $d$  ؟

ب) بين ان  $p \gcd(x, y) = p \gcd(y, 3)$  .

ج) عين الثنائيات  $(x ; y)$  حلول المعادلة  $(E)$  حتى يكون  $\frac{y}{x}$  كسرا قابلا للإختزال .

- (4)  $(u_n)$  و  $(v_n)$  متتاليتان حسابيتان معرفتان على  $\mathbb{N}$  :  $u_0 = 2$  ،  $v_0 = 5$   
 $v_{n+1} = v_n + 9$  و  $u_{n+1} = u_n + 19$   
- عين كل الثنائيات  $(p; q)$  للأعداد الطبيعية التي تحقق ،  $u_p = v_q$  و  $|q - p| \leq 20$  .  
**التمرين الثالث: (4نقط)**

كيس فيه أربع كرات حمراء وكرتين سوداوين لا نفرق بينها عند اللمس.

العملية الأولى نسحب من الكيس عشوائيا كرتين في آن واحد .

نرمز بـ ، إلى الحوادث ،  $A_0$  "لأنحصل على أي كرة سوداء"

$A_1$  "الحصول على كرة سوداء واحدة فقط"

$A_2$  "الحصول على كرتين سوداوين"

أحسب كل من  $p(A_0)$  ،  $p(A_1)$  ، و  $p(A_2)$  .

2. بعد عملية السحب الأول ، يبقى في الكيس أربع كرات . نقوم بالسحب الثاني إذ نسحب كرتين في آن واحد أيضا.

نرمز إلى الحوادث :  $B_0$  "لأنحصل على أي كرة سوداء في السحب الثاني"

$B_1$  "الحصول على كرة سوداء واحدة فقط في السحب الثاني"

$B_2$  "الحصول على كرتين سوداوين في السحب الثاني"

أ) أحسب كل من  $p_{A_0}(B_0)$  ،  $p_{A_1}(B_0)$  و  $p_{A_2}(B_0)$  . ثم بين أن  $p(B_0) = \frac{2}{5}$  .

ب) أحسب كل  $p(B_1)$  و  $p(B_2)$  .

ج) بإفتراض أننا على كرة سوداء في السحب الثاني . ما احتمال الحصول على كرة سوداء واحدة في السحب الأول؟

3.  $C$  نعتبر الحادثة "الحصول على كرتين سوداوين ، بعد السحب الأول والإضرار إلى السحب الثاني" .

أحسب  $p(C)$  .

**التمرين الرابع: (7نقط)**

1.  $I$  لتكن الدالة  $u$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $u(x) = xe^x$

أدرس إتجاه تغير الدالة  $u$  ثم إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $xe^x \geq -\frac{1}{e}$  .

2.  $g$  دالة معرفة على  $]-\infty; 0]$  بـ :  $g(x) = 1 - (x^2 + x + 1)e^x$

أ- باستعمال إتجاه تغير الدالة  $g$  بين أن من أجل كل  $x$  من  $]-\infty; 0]$  ،  $g(x) \geq 0$  .

( لا يطلب حساب نهاية  $g$  عند  $-\infty$  )

II) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يأتي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{xe^x+1} & x \leq 0 \\ f(x) = x \ln\left(\frac{x}{2}\right) + 1 & x > 0 \end{cases}$$

ليكن  $(C)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  . (الوحدة  $2cm$ )

1. أ) أدرس إستمرارية  $f$  عند  $0$  ؟

ب) أدرس قابلية إستتقاق الدالة  $f$  عند  $0$  . فسر النتيجة بيانيا .

2. أ) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$  .  
 ب) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x + 1$  يقارب مائل للمنحنى  $(C)$  بجوار  $-\infty$  .  
 ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحنى  $(C)$  والمستقيم  $(\Delta)$  على المجال  $]-\infty; 0]$  .  
 3 أ) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $]-\infty; 0]$  ، ثم على المجال  $]0; +\infty[$  .  
 ب) يمكن ملاحظة أن إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $g(x)$  على  $]-\infty; 0]$  .  
 ب) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .  
 4.  $I$  نقطة من المنحنى  $(C)$  فاصلتها  $-1$  .  
 أ) بين أن معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C)$  عند النقطة  $I$  هي :  $y = \frac{e}{e-1}(x+1)$  .  
 ب) أدرس وضعية المنحنى  $(C)$  بالنسبة إلى المماس  $(T)$  . (إستعن بالإجابة المنجزة في 1.)  
 5. أنشئ  $(T)$  ،  $(\Delta)$  و  $(C)$  .  
 6 .  $n$  عدد طبيعي غير معدوم .  
 نسمي  $A(n)$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C)$  والمستقيمتين التي معادلاتها  $y = 0$  و  $x = 1$  و  $x = n + 1$  .  
 أ)  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  ،  
 ب)  $u_n = \int_n^{n+1} f(x) dx$  و المجموع  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$  .  
 بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  ،  $S_n = A(n)$  .  
 ب) أحسب بـ  $cm^2$  المساحة  $A(n)$  بدلالة  $n$  . ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$  .

المدة : أربع ساعات و نصف

الشعبة : تقني رياضي

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

التمرين الأول (04ن) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $a_n = 2 \times 5^n + 7$

(1) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  يكون  $a_n$  فردي.

ب- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة العدد  $5^n$  على 8.

ج- استنتج أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  يكون  $a_n \equiv 1[8]$ .

(2) أ- برهن أنه إذا كان :  $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 7[125] \end{cases}$  فإن :  $x \equiv 257[1000]$ .

ب- بيّن أنه من أجل  $n \geq 3$  يكون :  $a_n \equiv 257[1000]$ .

ج- ما هي الأرقام الثلاث الأخيرة للعدد  $(2 \times 5^{2022} + 7)(2 \times 5^{2021} + 7)$  ؟

(3) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  يكون :  $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$

ب- نعتبر  $PGCD(a_{2n}; a_{2n+1}) = d$ ، بيّن أن  $d$  يختلف عن 7 ثم عيّن قيمته.

التمرين الثاني (04ن) يوجد جواب صحيح واحد بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية، عيّن مع التبرير.

(1) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $v_n = \left(\frac{2}{3}\alpha\right)^n$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي موجب تماما، قيم

مجموعة قيم  $\alpha$  التي تكون من أجلها  $(v_n)$  متتالية متقاربة هي :

(أ)  $\left]0; \frac{3}{2}\right[$  (ب)  $] -1; 1[$  (ج)  $\left]0; \frac{2}{3}\right[$

(2) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية  $3y' - 2y + 6 = 0$  والذي يحقق الشرط  $f(0) = 4$  هو :

(أ)  $f(x) = 3e^{\frac{2}{3}x} + 1$  (ب)  $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$  (ج)  $f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 2$

(3)  $f$  الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ  $f(x) = \frac{x+1}{x}$ ، الدالة الأصلية  $F$  للدالة  $f$  والتي تحقق  $F(1) = 0$  هي الدالة المعرفة بـ :

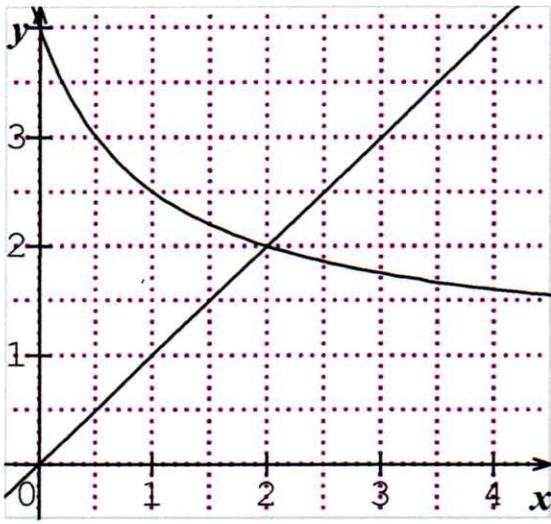
(أ)  $F(x) = x - 1 + \ln x$  (ب)  $F(x) = 1 - x + \ln x$  (ج)  $F(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

(4)  $N$  عدد طبيعي، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل  $N = \overline{01355}_6$ ، كتابته في النظام العشري هي :

(أ)  $N = 2022$  (ب)  $N = 1439$  (ج)  $N = 1962$

التمرين الثالث (05ن) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$   $(C_f)$  تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (أنظر الشكل).



(1) بيّن أن الدالة  $f$  متناقصة تماما على المجال  $]0; +\infty[$ .

(2)  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $u_0 = 1$

و من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

(أ) انقل الشكل ثم مثل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية  $(u_n)$

على حامل محور الفواصل (دون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء،

ثم أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها.

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}$ .

(3) نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = \frac{12}{u_n + 2} - 3$

(أ) برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  و حدها الأول  $v_0$ .

(ب) أوجد بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $v_n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  بحيث:  $S_n = v_n + v_{n+1} + v_{n+2} + \dots + v_{n+2022}$

أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $P_n$  بحيث:  $P_n = \frac{1}{u_n + 2} + \frac{1}{u_{n+1} + 2} + \frac{1}{u_{n+2} + 2} + \dots + \frac{1}{u_{n+2022} + 2}$

التمرين الرابع (07)  $g$  دالة عددية معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = -x - \ln x$

(1) (أ) أدرس تغيرات الدالة  $g$ .

(ب) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0,56 < \alpha < 0,57$  ثم استنتج إشارة  $g$  على  $]0; +\infty[$

(2) لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{-1 + (x-1)\ln x}{x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم فسر النتيجةن هندسيا .

(ب) بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ ،  $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(3) بيّن أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما  $x_0$  و  $x_1$  حيث  $0,2 < x_0 < 0,3$

و  $2,2 < x_1 < 2,3$ .

(4) بيّن أن  $f(\alpha) = -\alpha + 1 - \frac{1}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ .

(5)  $(\gamma)$  هو المنحنى الممثل للدالة  $\ln$  في المعلم السابق .

أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$  ثم فسر النتيجة بيانيا ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\gamma)$ .

(6) (أ) احسب  $f(1)$ ،  $f(2)$  و  $f(e)$  ثم ارسم  $(\gamma)$  و  $(C_f)$ .

(ب) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  ، عدد حلول المعادلة:  $f(x) = m$ .

(7)  $A$  هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين  $(\gamma)$  و  $(C_f)$  والمستقيمين الذين معادلتيهما:  $x = e$  و  $x = \alpha$ .

- احسب  $A$  بدلالة  $\alpha$  ثم تحقق أن:  $A = \frac{(1+\alpha)(3-\alpha)}{2}$  مستنتجا حصرا لـ  $A$  الصفحة 2 من 5

## الموضوع الثاني

التمرين الأول (05) لكل سؤال جواب واحد صحيح فقط من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير:

1. حل المعادلة التفاضلية  $3y' - 2y + 6 = 0$  و الذي يحقق  $f(0) = 4$  هو الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$ :-

(أ)  $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} - 3$  (ب)  $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$  (ج)  $f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 3$

2. مجموعة حلول المتراجحة  $\ln(x-1) + \ln(x+2) \leq 2 \ln 2$  في  $\mathbb{R}$  هي:

(أ)  $S = [-2; 2]$  (ب)  $S = ]1; 2]$  (ج)  $S = [-2; 1]$

3. لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x2^{-x}$  ،  $f$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ودالتها المشتقة  $f'$  هي:

أ/  $f'(x) = (1-x \ln 2)e^{-x \ln 2}$  ب/  $f'(x) = (1-x)2^{-x}$  ج/  $f'(x) = (2+x \ln 2)2^{-x}$

4.  $x$  عدد حقيقي موجب تماما ، التكامل  $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2} dt$  يساوي:

(أ)  $\frac{-2 \ln x - 1}{x}$  (ب)  $\frac{-\ln x}{x} - \frac{1}{x}$  (ج)  $\frac{-\ln x - 1 + x}{x}$

5. الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 3)$  من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون:

(أ)  $f(-2-x) = f(x)$  (ب)  $f(2-x) = f(x)$  (ج)  $f(-x) = f(x)$

التمرين الثاني (04)  $\alpha$  ،  $\beta$  عدنان طبيعيين كل منهما أصغر من 7؛ وليكن  $A$  العدد الطبيعي المضاعف لـ

7 والذي يكتب في نظام التعداد ذو الأساس 9 و 7 على الترتيب بـ:  $2\alpha 8\beta$  و  $5\alpha 1\beta$

(1) جد  $\alpha$  ،  $\beta$  ثم أكتب العدد  $A$  في النظام العشري.

(2) أحسب  $PGCD(2016, 2268, 2772)$

(3) نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية  $Z$  المعادلة ذات المجهولين  $x$  ،  $y$

$$2772x - 2268y = 2016 \dots\dots\dots (E)$$

أ. بيّن انه من اجل كل عددين حقيقيين  $x$  ،  $y$  المعادلة (E) تكافئ  $11x - 9y = 8$

ب. جد  $(x_0, y_0)$  حل للمعادلة (E) والتي تحقق  $x_0 + y_0 = 8$

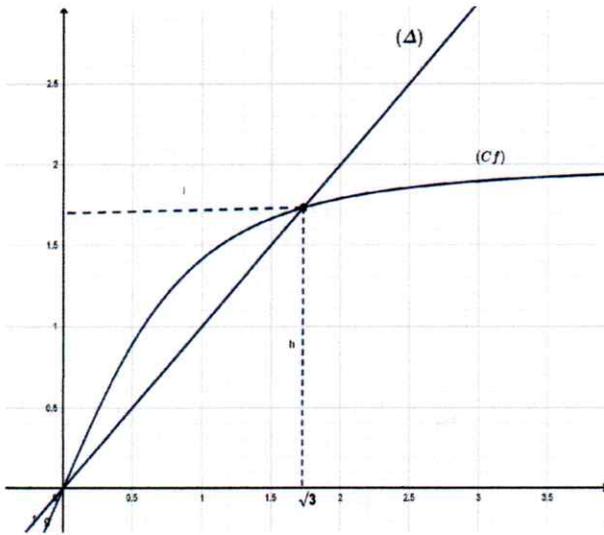
ت. استنتج في  $Z^2$  مجموعة حلول المعادلة (E).

(4) افرض  $x$  و  $y$  موجبان و أن  $(x, y)$  حلل المعادلة (E) وبوضع  $PGCD(x, y) = d$

أ. أوجد القيم الممكنة لـ  $d$

ب) استنتج كل الثنائيات  $(x, y)$  حلول المعادلة (E) التي تحقق :  $PGCD(x, y) = 2$

(1) الشكل المقابل هو التمثيل البياني  $(C_f)$  للدالة  $f$  المعرفة على  $[0, +\infty[$  ب:  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$  والمستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$



(أ) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $[0, +\infty[$   
 (ب) بيّن أنه إذا كان  $x \in [0, \sqrt{3}]$  فإن  $f(x) \in [0, \sqrt{3}]$

(2) نعرف المتتالية  $(u_n)$  كما يلي :

$$u_{n+1} = f(u_n) : n \text{ عدد طبيعي } u_0 = 1$$

(أ) باستعمال التمثيل البياني  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$

مثل الحدود  $u_0, u_1, u_2$  على محور الفواصل دون حسابها  
 مبرزا خطوط التمثيل

ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقاربها.

(ب) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي  $n : 1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

(ج) بيّن من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(2 - \sqrt{u_n+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

(د) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة

(3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ب:  $v_n = \frac{u_n^2}{3 - u_n^2}$

(أ) برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

(ب) أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

(ج) أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

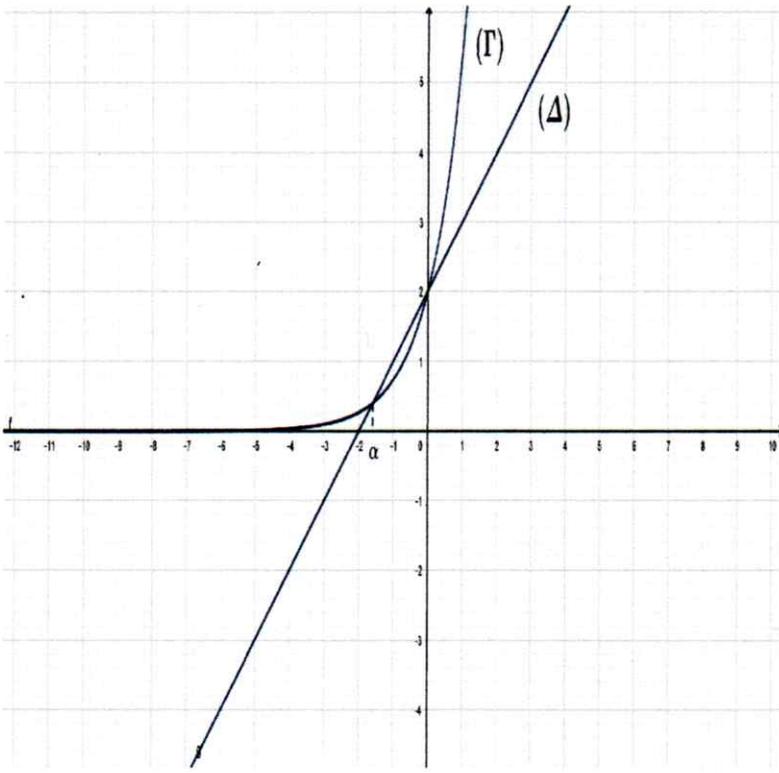
(4) أحسب  $p_n$  بدلالة  $n$  حيث:  $p_n = \frac{(u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n)^2}{(3 - u_0^2)(3 - u_1^2) \dots (3 - u_n^2)}$

### التمرين الرابع (07ن)

(I) المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ، الشكل أدناه يتضمن  $(\Gamma)$  التمثيل البياني للدالة:

$x \rightarrow 2e^x$  ،  $(\Delta)$  المستقيم ذو المعادلة :  $y = x + 2$  ،  $0$  و  $\alpha$  هما فاصلتا نقطتي تقاطع  $(\Gamma)$  و  $(\Delta)$   
 حيث :  $-1,6 < \alpha < -1,5$

(1) بقراءة بيانية حدّد وضعية المنحني  $(\Gamma)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  على  $\mathbb{R}$



2)  $g$  لدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  والمعرفة على  $\mathbb{R}$

$$g(x) = -2e^x + x + 2 \quad ;$$

حدد إشارة  $g(x)$  حسب قيم العدد الحقيقي  $x$ .

II) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  :

$$f(x) = 2(ex - 3) + (x + 3)e^{-x+1}$$

$(C_f)$  هو تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) أ - أحسب كلا من  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}$

$$f'(x) = -g(x)e^{-x+1} :$$

ج) عيّن دون حساب:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$

ثم فسّر النتيجة هندسياً.

المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة:  $y = 2(ex - 3)$  هو

مستقيم مقارب ل  $(C_f)$  عند  $+\infty$  ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(D)$

ب) بيّن أن المنحني  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

ج) بيّن أن المنحني  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها  $\beta$  حيث:  $-2,4 < \beta < -2,3$  .

3) أنشئ كل من  $(D)$  و  $(C_f)$  . نأخذ  $f(-3) \approx -22.31$  و  $f(\alpha) \approx 4.15$

4-أ) جد العددين الحقيقيين  $a, b$  حتى تكون الدالة  $x \rightarrow \tilde{f}(ax + b)e^{-x+1}$  أصلية للدالة  $x \rightarrow (x + 3)e^{-x+1}$  على  $\mathbb{R}$

ب) أحسب  $I_n$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  والمستقيم  $(D)$  والمستقيمين الذين معادلتها:  $x = n$  و  $x = 1$

حيث  $n$  عدد طبيعي  $(n > 1)$ ، ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$  .

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

### الموضوع الأول

**التمرين الأول: (5نقاط)** عين الاقتراح الصحيح في كل حالة من الحالات الآتية مع التعليل :

1 العدد  $\ln[(2 - \sqrt{3})^{2022}] + \ln[(2 + \sqrt{3})^{2022}]$  يساوي :

أ - 0 (ب) 20 22 (ج) 1

2  $f$  دالة معرفة على مجال مفتوح يشمل 2، إذا كان منحنى  $f$  يقبل مماسا معادلته  $y=2$  قان :

أ -  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = 1$  ب -  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = 0$  ج -  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = +\infty$

3 حلول المعادلة التفاضلية :  $y' - 1 = \sqrt{2}y$  هي الدوال المعرفة على  $\mathbb{R}$  :

أ)  $f(x) = Ce^{\sqrt{2}x} + \frac{\sqrt{2}}{2}$  (ب)  $f(x) = Ce^{\frac{\sqrt{2}}{2}x} - 1$  (ج)  $f(x) = Ce^{\sqrt{2}x} + 1$

4 الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  :  $g(x) = |x - 1|(x + 1)$  ، غير قابلة للاشتقاق عند 1 لان نهاية النسبة  $\frac{g(x)-g(1)}{x-1}$  :

أ) عند 1 هي  $+\infty$  (ب) عند 1 من يمين 1 ، لا تساوي النهاية عند 1 من يسار (ج) عند 1 هي  $-\infty$

5 عدد اللجان التي يمكن تشكيلها بحيث تضم كل لجنة رئيسا و نائبا له ينتخبون من بين خمسة رجال و ثلاث

نساء هو : (أ) 56 (ب) - 28 (ج) - 64

### التمرين الثاني: (4نقاط)

نعتبر  $D_1$  ;  $D_2$  زهرتي نرد ذات ستة أوجه حيث :

▪ وجوه النرد  $D_1$  متساوية الاحتمال ، أربعة منها تحمل الرقم 1 و اثنان منها تحمل الرقم 2 .

▪ وجوه النرد  $D_2$  مرقمة من 1 الى 6 حيث أن احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم  $k$  هو  $\frac{k}{21}$  .

1- أ- إذا رمينا النرد  $D_1$  مرة واحدة فما هو احتمال ظهور الرقم 2 ؟ .

ب- إذا رمينا النرد  $D_2$  مرة واحدة فما هو احتمال ظهور الرقم 6 ؟ .

2- إذا رمينا النرد  $D_1$  ;  $D_2$  معا فما هو احتمال ظهور الرقم 1 :

أ - مرة واحدة بالضبط (ب) مرتين

3- نرمي النردين معا و ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل رمية عدد المرات الذي يظهر فيها الرقم 2

أ عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$

ب احسب الأمل الرياضي لهذا المتغير العشوائي

### التمرين الثالث: (4نقاط)

- $u_n = \int_n^{n+1} e^{2-x} dx$  : المتتالية العددية المعرفة على  $IN$  كما يلي
- 1 بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n = e^{2-n} - e^{1-n}$
  - 2 أحسب  $u_0$  ثم برهن بمبدأ الاستدلال بالتراجع . انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n > 0$
  - 3 برهن ان المتتالية  $(u_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول
  - 4 أحسب بدلالة  $n$  الفرق  $u_{n+1} - u_n$  . ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$   
ب - استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
  - 5 تضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$   
أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  , ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

### التمرين الرابع : (7نقاط)

- الجزء 1 :  $f$  دالة معرفة على  $IR$  ب :  $f(x) = \frac{\ln(1+e^x)}{e^x}$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المزود بمعلم متعامد  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  حيث الوحدة  $2cm$  على محور الفواصل و  $5cm$  على محور الترتيب
- 1 أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  ثم فسر النتيجة هندسيا
  - 2 (أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f(x) = \frac{x + \ln(1+e^{-x})}{e^x}$   
ب) أحسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  ثم فسر النتيجة بيانيا
  - 3 - نعتبر الدالة  $g$  المعرفة على المجال  $]-1; -\infty[$  ب :  $g(x) = \frac{x}{1+x} - \ln(1+x)$   
أ - أدرس تغيرات الدالة  $g$  على المجال  $[0; +\infty[$   
ب أحسب  $g(0)$  ، ثم إشارة  $g(x)$  من أجل  $x$  موجب تماما  
4 - أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = \frac{g(e^x)}{e^x}$   
ب - استنتج أن الدالة  $f$  متناقصة تماما على مجموعة تعريفها ، ثم شكل جدول تغيراتها  
ج- مثل بيانيا  $(C_f)$
- الجزء // : نعتبر الدالة  $F$  المعرفة على المجال  $[0; +\infty[$  ب :  $F(x) = \int_0^x f(t)dt$
- 1 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $t$  :  $\frac{1}{1+e^t} = 1 - \frac{e^t}{1+e^t}$
  - 2 جاستعمال التكامل بالتجزئة بين أن  $F(x) = -\ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) - f(x) + 2\ln 2$
  - 3 استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد ب  $(C_f)$  و المستقيمت التي معادلاتها  $x = 0, x = \ln 4, y = 0$

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول (04ن)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التعليل:

الإجابة (ج)	الإجابة (ب)	الإجابة (أ)	السؤال:
$x \mapsto ce^{\frac{1}{2}x} - 2$ مع $c \in \mathbb{R}$	$x \mapsto ce^{2x} - \frac{1}{2}$ مع $c \in \mathbb{R}$	$x \mapsto ce^{-2x} + \frac{1}{2}$ مع $c \in \mathbb{R}$	(1) حلول المعادلة التفاضلية $y' - 2y = 1$ هي الدوال المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ:
$m = \frac{1}{2}(e^2 - 5)$	$m = e^2 - \frac{5}{2}$	$m = \frac{1}{2}(e^9 - e^7 - 5)$	(2) القيمة المتوسطة $m$ للدالة $f$ المعرفة على المجال $[2; 3]$ بالعبارة $f(x) = e^{2x+3} - x$ تساوي:
$n^2 - 2n$	$(n-1)^2$	$\frac{1}{2}(n-1)^2$	(3) من أجل كل عدد طبيعي $n$ حيث $n > 2$ يكون: $C_{n-1}^2 + C_n^2$ يساوي:
$2^n - 1$	$2^n + 1$	$2^n$	(4) عبارة الحد العام $U_n$ للمتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n = \int_0^n 2^x \ln 2 dx$ هي:

### التمرين الثاني (05ن)

(I) المتتالية العددية  $(u_n)$  معرفة بحدّها الأول  $u_0 = 6$  و من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ :  
 $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n - \frac{1}{2}$

(1) أ. في المستوي الهندسي  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، مثلّ المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(D)$  إذا علمت

$$\text{أن : } (\Delta): y = x \text{ و } (D): y = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$$

ب. مثلّ و دون حساب على حامل محور الفواصل الحدود:  $u_0, u_1, u_2$  و  $u_3$ .

(2) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ :  
 $u_n > -\frac{2}{3}$

(3) بيّن أنّ المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماماً، ثمّ استنتج أنّها متقاربة.

(II) المتتالية العددية  $(v_n)$  معرفة على  $\mathbb{N}$  بحدّها العام  $V_n$ : حيث من أجل كل  $n \in \mathbb{N}$   $v_n = u_n + \alpha$  ،  $\alpha$  عدد حقيقي.

(1) عيّن قيمة  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{1}{4}$ ، ثمّ أحسب حدّها الأول.

(2) نضع  $\alpha = \frac{2}{3}$ : أكتب بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $v_n$ . استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ ، ثمّ أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

### التمرين الثالث (04ن)

نعتبر صندوقين أحدهما  $U$  يحتوي على 3 كرات خضراء و 4 كرات حمراء و الآخر  $U'$  يحتوي على كرتين خضراوين

و 5 كرات حمراء، كل الكرات لا تميز بينها باللمس، نرمز للكرات الخضراء بالرمز  $V$  و للكرات الحمراء بالرمز  $R$ .

- I - نسحب عشوائيا من الصندوق  $U$  ثلاث كرات في آن واحد. أحسب احتمال كلٍّ من الحوادث  $A$ ،  $B$  و  $C$  التالية:
- ◀  $A$ : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون ".
- ◀  $B$ : " الحصول على كرة خضراء واحدة بالضبط ".
- ◀  $C$ : " الحصول على كرة حمراء على الأقل ".

II - نختار بطريقة عشوائية صندوقا من بين الصندوقين و نسحب منه كرة واحدة عشوائيا:

(1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة العشوائية.

(2) بيّن أنّ احتمال الحصول على كرة خضراء هو:  $P(V) = \frac{5}{14}$

(3) إذا كانت الكرة المسحوبة خضراء فما احتمال أن تكون من الصندوق  $U$  ؟.

### التمرين الرابع (07ن)

يُنسب المستوي إلى المعلم المتعامد  $(o; \vec{i}; \vec{j})$  حيث:  $\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$  و  $\|\vec{j}\| = 4 \text{ cm}$

I - الدالة العددية المعرّفة على المجال  $]0; +\infty[$  بالعلاقة:  $g(x) = 1 + x^2 - 2x^2 \ln x$

(1) أدرس تغيرات الدالة  $g$  على المجال  $]0; +\infty[$  ( يطلب منك حساب النهايات )، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) بيّن أنّ المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  يُحقّق:  $1,8 < \alpha < 2$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $]0; +\infty[$ .

II - الدالة العددية  $f$  معرّفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{\ln x}{1+x^2}$  و  $(C_f)$  هو تمثيلها البياني في المعلم السابق.

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيا.

(2) أ. بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x(1+x^2)^2}$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3) بيّن أنّ:  $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha^2}$ ، ثم استنتج حصرًا للعدد الحقيقي سعته  $10^{-2}$ .

(4) عيّن إحداثيّي نقطة تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل، ثم أنشئ المنحنى  $(C_g)$ .

III - الدالة العددية  $G$  معرّفة على المجال  $]0; +\infty[$  بالعلاقة:  $G(x) = \frac{5}{9}x^3 + x - \frac{2}{3}x^3 \ln x$

(1) بيّن أنّ الدالة  $G$  هي دالة أصلية للدالة  $g$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

(2) أحسب بدلالة  $\alpha$  العدد  $A_\alpha$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_g)$  و حامل محور الفواصل و

المستقيمان اللذان معادلاتهما  $x = \alpha$  و  $x = 1$ . حيث  $(C_g)$  هو المنحنى البياني الممثل للدالة  $g$  في المعلم

السابق.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية وهران

المقاطعة الأولى ( وهران شرق )

الامتحان التجريبي لباكالوريا 2022 في مادة الرياضيات

المدة : ثلاث ساعات و نصف

الشعبة : تسيير و اقتصاد

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

**التمرين الأول: (04 نقاط)** عين في حالة من الحالات التالية الاقتراح الصحيح الوحيد مع التعليل :

1 - مجموعة حلول المتراجحة  $e^x > 2 - 3e^x$  في  $\mathbb{R}$  هي : (أ)

(ب)  $S = ]-\infty; \ln 2[$  (ج)  $S = ]-\infty; -\ln 2[$

2 - دالة معرفة على  $]1; +\infty[$  : ب  $F(x) = x - 1 + \ln(x - 1)$  هي دالة اصلية للدالة  $f$  على  $]0; +\infty[$  بحيث:

(أ)  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  (ب)  $f(x) = -1 + x$  (ج)  $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$

3 -  $u_1, u_2, u_3$  ثلاث حدود من متتالية عددية  $(u_n)$  إذا كان  $u_1 = -1, u_2 = \frac{5}{2}, u_3 = \frac{7}{3}$  فان

(أ)  $(u_n)$  متتالية هندسية (ب)  $(u_n)$  متتالية لا هندسية لا حسابية (ج)  $(u_n)$  متتالية حسابية.

4 - من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]1; +\infty[$  فان قيمة العدد  $A = \int_2^4 \frac{2x}{(x^2-1)^2} dx$  هي :

(أ)  $A = \frac{2}{15}$  (ب)  $A = \frac{-3}{15}$  (ج)  $A = \frac{4}{15}$

**التمرين الثاني: (04 نقاط)**  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  و قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها، يعطى جدول

تغيراتها كما يلي :

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
تغيرات f		↗ 2 ↘ $-\infty$	 $+\infty$	↘ 1

أجب صح او خطأ مع التعليل :

1- المستقيم ذو المعادلة  $y=1$  مقارب افقي للمنحنى  $(c_g)$ .

2- المعادلة  $g(x)=0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على المجال  $]1; +\infty[$ .

3- مجموعة حلول المتراجحة  $g'(x) > 0$  في  $\mathbb{R}$  هي :  $S = [0; 1[ ]1; +\infty[$

4- النقطة B ذات الاحداثيات  $(-2; 3)$  تنتمي الى المنحنى  $(c_g)$ .

الصفحة 1 من 4

### التمرين الثالث: (04 نقاط)

- 1- لتكن المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $N$  ب:  $u_0 = -1$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + \frac{4}{3}$ .
- ا- برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $-1 \leq u_n \leq 0$ .
- ب- بين ان المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما على  $N$  ثم استنتج أنها متقاربة.
- 2- لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ب:  $v_n = u_n - 2$ .
- أ- برهن أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية يطلب تعيين أساسها  $q$  و حدها الاول.
- ب- اكتب بدلالة  $n$  كلا من  $v_n$  و  $u_n$  ثم احسب من جديد  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .
- ت- احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث أن  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

### التمرين الرابع: (08 نقاط)

- (I) الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $g(x) = x^2 - 2 + 2\ln x$
- (1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$
- (2) أدرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها.
- (3) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $]0; +\infty[$ :
- (II) الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = -x + e - 2\frac{\ln x}{x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- (1) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- (2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ :  $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$
- ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$ ، وشكل جدول تغيراتها
- (3) 1- بين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مستقيم  $(\Delta)$  مقاربا مائل يطلب معادلته  $y = -x + e$ .
- ب- حدد وضعية المنحني  $(C_f)$  بالنسبة إلى المستقيم  $(\Delta)$ .
- (4)- بين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل مماسا  $(T)$  يوازي  $(\Delta)$ ، اكتب معادلة ديكرتية للمماس  $(T)$ .
- (5)- بين أن المنحني  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  حيث  $2 < \alpha < 2.1$
- (6) - أنشئ كلا من المستقيمين  $(T)$  و  $(\Delta)$  ثم المنحني  $(C_f)$ .
- (7)- 1- بين ان الدالة  $h$  حيث  $h(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$  هي دالة اصلية للدالة  $x \rightarrow \frac{\ln x}{x}$  على المجال  $]0; +\infty[$ .

ب)- أحسب التكامل  $\int_1^2 (-x + e - f(x)) dx$  ثم فسر النتيجة بيانيا

## الموضوع الثاني

التمرين الأول (2.5) اجب بصحيح أو خطأ مع التبرير

1 - مجموعة حلول المتراجحة  $(e^x - 2)(e^x + 2) \geq 0$  هي  $S = [\ln 2; +\infty[$

2 - قيمة التكامل  $A$  حيث  $A = \int_1^4 \left( x^3 + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$  هي  $A = \frac{263}{4}$   $x > 0$

3 -  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{x-1}{x+1}} = 1$

### التمرين الثاني (05ن)

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $N$  على بعدها الأول  $u_0 = 4$  وبالعلاقة التراجعية من أجل كل  $n$  من  $N$ :  $u_{n+1} = \frac{4u_n + 1}{u_n + 4}$

1- احسب  $u_3; u_2; u_1$

2- بين انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = 4 - \frac{15}{u_n + 4}$

3- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n \geq 1$

4- بين أن  $(u_n)$  رتيبة تماما ثم ستنتج أنها متقاربة

5- نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من اجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$

(أ) بين ان  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول

(ب) عبر بدلالة  $n$  عن  $v_n$  ثم  $u_n$

(ج) احسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n$

(د) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

### التمرين الثالث (04ن)

السلسلة الإحصائية التالية  $M_i(x_i; y_i)$  تمثل نتائج دراسة حول منتج مستهلك حيث  $x_i$  هو الثمن بالدينار للكيلوغرام و  $y_i$  الكمية المطلوبة بالطن

$x_i$	100	115	120	130	137	150	165	188	200
الثن									
$y_i$	5.8	5.2	5.1	4.8	4.6	4.3	4	3.7	3.5
الكمية									

- 1- مثل سحابة النقط  $M_i(x_i; y_i)$  في معلم متعامد (1cm لكل دينار على محور الفواصل و 2cm لكل طن على محور الترتيب )
- 2- عيّن النقطة المتوسطة  $G(\bar{x}; \bar{y})$  لسحابة النقط ثم مثلها في نفس المعلم
- 3- أ) اكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار  $(\Delta)$  (يعطى المعاملان مدوران الى  $10^{-2}$ )  
ب) أنشئ هذا المستقيم في نفس المعلم
- 2- عيّن النقطة المتوسطة  $G(\bar{x}; \bar{y})$  لسحابة النقط ثم مثلها في نفس المعلم
- 3- أ) اكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار  $(\Delta)$  (يعطى المعاملان مدوران الى  $10^{-2}$ )  
ب) أنشئ هذا المستقيم في نفس المعلم
- ج) احسب الكمية المطلوبة للمنتوج بالنسبة لثمن مقداره 245 دينار للكيلوغرام

التمرين الرابع (08.5) الجزء الأول  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $R - \{1\}$  بـ  $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1- عيّن العددين الحقيقيين  $a; b$  بحيث يكون من أجل كل  $x$  من  $R - \{1\}$  :  $f(x) = a + \frac{b}{x-1}$

2- احسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجالي مجموعة تعريفها ، مفسرا النتائج هندسيا

3- بيّن أن :  $f'(x) = \frac{-3}{(x-1)^2}$

4- شاكل جدول تغيرات الدالة  $f$

5- بيّن ان المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $-2.2 < \alpha < -1.9$

6- استنتج إشارة  $f(x)$  حسب قيم  $x$  من  $R - \{1\}$

الجزء الثاني

$g$  الدالة العددية المعرفة على  $]-\infty; -2[ \cup ]1; +\infty[$  بـ  $g(x) = x + 1 + \ln(f(x))$

$(C_g)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1- احسب نهايات الدالة  $g$  عند أطراف حدود مجالي مجموعة التعريف

2- بيّن أن  $g'(x) = \frac{x^2 + x - 5}{(x+2)(x-1)}$

3- شاكل جدول تغيرات الدالة  $g$

4- بيّن المنحنى  $(C_g)$  يقبل مستقيم مقارب مائل  $(\Delta)$  معادلته  $y = x + 1$

5- ادرس الوضع النسبي بين  $(C_g)$  و  $(\Delta)$

6- أنشئ المستقيمت المقاربة و المستقيم  $(\Delta)$  والمنحنى  $(C_g)$

7- بيّن أنه من أجل  $x \in ]1; +\infty[$  يكون :  $g(x) = x + 1 + \ln(x+2) - \ln(x-1)$

8- بيّن أن الدالة  $G$  المعرفة على  $]-1; +\infty[$  بـ  $G(x) = \frac{1}{2}x^2 + x + (x+2)\ln(x+2) - (x-1)\ln(x-1)$  هي الدالة الأصلية للدالة

$g$  على المجال  $]-1; +\infty[$

9- احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_g)$  ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما  $x = 2; x = 3$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية وهران  
المقاطعة الأولى ( وهران شرق )

الامتحان التجريبي لباكالوريا 2022 في مادة الرياضيات

المدة : ساعتان و نصف

الشعبة : آداب و فلسفة و لغات أجنبية

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

التمرين الأول(05ن)

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير

1. عدد قواسم العدد 9604 هو : (أ) 12 (ب) 15 (ج) 18

2. باقي قسمة العدد  $20^{2022}$  على 7 هو : (أ) 1 (ب) 2 (ج) 6

3.  $a$  و  $b$  عدنان صحيحان ، إذا كان  $b \equiv 4[5]$  و  $a \equiv 2[5]$  فإن :

(أ)  $a^2 + 2b \equiv 1[5]$  (ب)  $a^2 + 2b \equiv 2[5]$  (ج)  $a^2 + 2b \equiv 3[5]$

4. العدد الصحيح الذي يحقق  $2n+1 \equiv 0[7]$  هو : (أ)  $n=0$  (ب)  $n=3$  (ج)  $n=-1$

التمرين الثاني(06ن)

(Un) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما و معرفة على  $N$  ب :  $\begin{cases} U_6 = 192 \\ U_1 \times U_3 = 144 \end{cases}$

1. عين الحد  $U_2$  ثم الأساس  $q$  و استنتج الحد الأول لهذه المتتالية .

2. أوجد عبارة الحد العام Un بدلالة  $n$ .

3. عين رتبة الحد الذي قيمته 1536.

4. أوجد مجموع الحدود السبعة الأولى، و عبّر بدلالة  $n$  عن  $S_n$  حيث:  $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1}$

5. عين قيمة  $n$  حتى يكون :  $S_n = 12285$ .

I. نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب :  $f(x)=x^2-x-2$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(\vec{i}, \vec{j}; 0)$ .

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها .

3. حدّد مجموعة نقط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل .

II. الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب :  $g(x)=x^3-3x-2$   $(C_g)$  تمثيلها البياني في نفس المستوى المنسوب إلى المعلم السابق

1. احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

2. ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكّل جدول تغيراتها .

3. بيّن أن  $(C_g)$  يملك نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتها .

4. أكتب معادلة ديكرتية للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_g)$  في النقطة ذات الفاصلة  $x_0 = 0$  .

5. بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن :  $g(x) = (x+1)f(x)$

6. عيّن مجموعة نقط تقاطع  $(C_g)$  مع حامي محوري الإحداثيات .

7. أنشئ  $(C_f)$  ,  $(C_g)$  ,  $(T)$  في نفس المعلم .

8. ناقش بيانيا و حسب قيم العدد الحقيقي  $m$  عدد و إشارة حلول المعادلة :  $g(x)=m$

## الموضوع الثاني

### ● التمرين الأول (06 نقاط)

- عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التعليل:

1.  $(u_n)$  متتالية حسابية أساسها -5 و حدها السادس  $u_5 = 5$

الجزء 1: الحد العام  $u_n$  للمتتالية هو :

$$u_n = -30 - 5n \text{ (ج)} \quad u_n = 30 - 5n \text{ (ب)} \quad u_n = 30 + 5n \text{ (أ)}$$

الجزء 2: المجموع  $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$  يساوي :

$$S_n = \frac{5n^2 - 55n}{2} \text{ (ج)} \quad S_n = \frac{-5n^2 - 55n}{2} \text{ (ب)} \quad S_n = \frac{-5n^2 + 55n}{2} \text{ (أ)}$$

2.  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q$  موجب تماما ومعرفة بـ:  $v_3 = 18$  و  $v_5 = 2$  فإن :

$$q = \frac{1}{3} \text{ (ج)} \quad q = 3 \text{ (ب)} \quad q = 9 \text{ (أ)}$$

3.  $(w_n)$  متتالية هندسية معرفة على  $N$  و حدها العام هو  $w_n = 5 \times 2^n$  ، حدها الحادي العاشر يوافق بترديد 10 العدد

$$0 \text{ (ج)} \quad 2 \text{ (ب)} \quad 1 \text{ (أ)}$$

### ● التمرين الثاني (06 نقاط)

(1)  $a$  و  $b$  عدنان طبيعيين حيث :  $a = 2024$  و  $b = 1438$  .

(أ) عيّن باقي قسمة  $b$  على 5 ثم تحقق أن  $a \equiv -1[5]$  .

(ب) بيّن أن العدد  $b^2 + a^2$  يقبل القسمة على 5 .

(2) أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $3^n$  على 5 .

(3) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد الطبيعي :  $2024^{1445} + 1438^{2022}$  على 5 .

(4) ليكن العدد الطبيعي  $A_n$  حيث  $A_n = 3^{4n} + 3^{4n+1} + 3^{4n+2} + 3^{4n+3}$

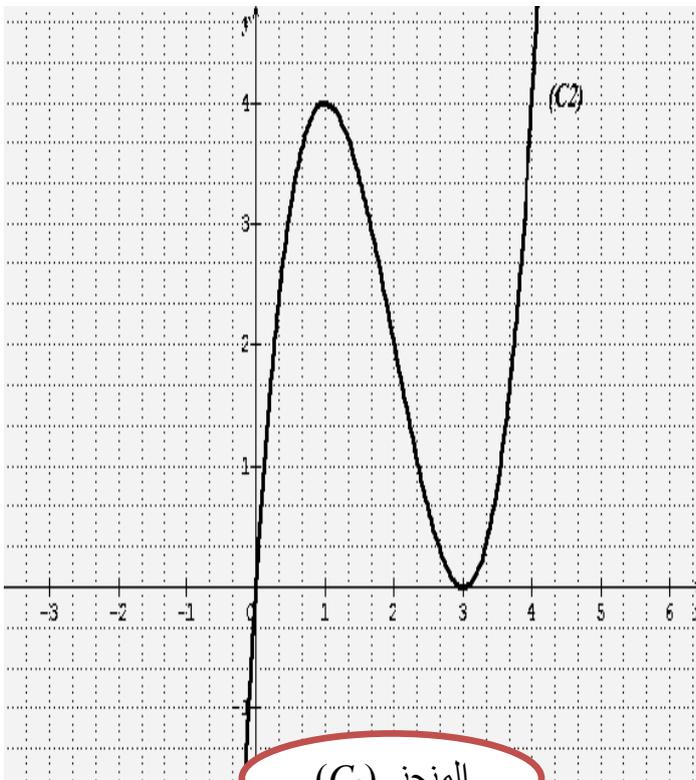
- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  العدد  $A_n$  يقبل القسمة على 5 .

### ● التمرين الثالث (08 نقاط)

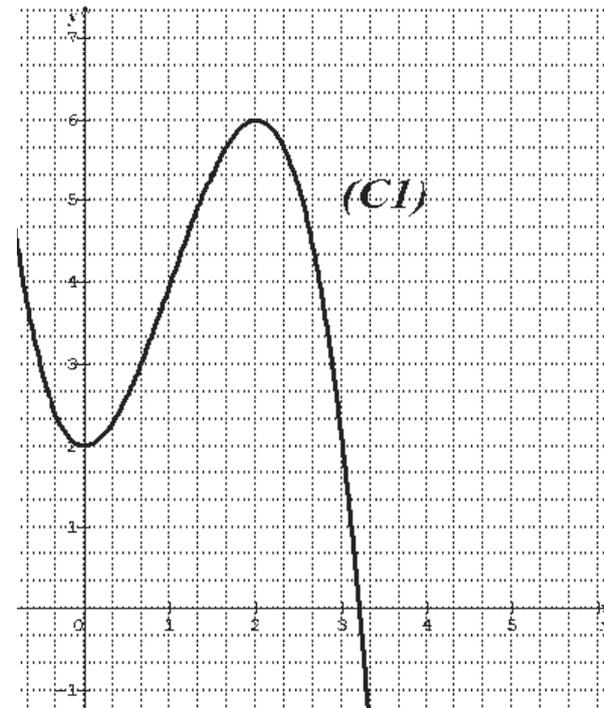
- لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $R$  بالعبارة :  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

و ليكن  $(C)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أحسب نهاية الدالة  $f$  لما  $x$  يؤول إلى  $-\infty$  و لما  $x$  يؤول إلى  $+\infty$  .
- (2) جد عبارة  $f'(x)$  و أدرس إشارتها ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  .
- (3) شكّل جدول تغيرات الدالة  $f$  .
- (4) بيّن أن من أجل كل  $x$  من  $R$  فإن :  $f(x) = x(x - 3)^2$  .
- (5) عيّن مجموعة نقط تقاطع المنحنى  $(C)$  مع حامي محوري الإحداثيات .
- (6) بيّن أن المنحنى  $(C)$  يقبل نقطة إنعطاف يطلب إحداثيتها .
- (7) أكتب معادلة للمماس  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C)$  في النقطة التي فاصلتها 2 .
- (8) إذا علمت أن المنحنى  $(C)$  ينطبق على أحد المنحنيين  $(C_1)$  و  $(C_2)$  المنشأين أسفله ، أذكر أيهما ينطبق على المنحنى  $(C)$  ثم أعد إنشاء المنحنى المختار مع المستقيم  $(\Delta)$  على ورقة الإجابة مع التبرير الدقيق لاختيارك .



المنحنى  $(C_2)$



المنحنى  $(C_1)$