

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية وهران

المقاطعة الأولى ( وهران شرق ) الامتحان التجريبي لباكوريا 2022 في مادة الرياضيات

المدة : أربع ساعات و نصف

الشعبة : تقني رياضي

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

التمرين الأول (04ن) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $a_n = 2 \times 5^n + 7$

(1) أ- بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  يكون  $a_n$  فردي.

ب- عيّن حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة العدد  $5^n$  على 8.

ج- استنتج أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  يكون  $a_n \equiv 1[8]$ .

(2) أ- برهن أنه إذا كان :  $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 7[125] \end{cases}$  فإن :  $x \equiv 257[1000]$ .

ب- بيّن أنه من أجل  $n \geq 3$  يكون :  $a_n \equiv 257[1000]$ .

ج- ما هي الأرقام الثلاث الأخيرة للعدد  $(2 \times 5^{2022} + 7)(2 \times 5^{2021} + 7)$  ؟

(3) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  يكون :  $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$

ب- نعتبر  $PGCD(a_{2n}; a_{2n+1}) = d$ ، بيّن أن  $d$  يختلف عن 7 ثم عيّن قيمته.

التمرين الثاني (04ن) يوجد جواب صحيح واحد بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية، عيّن مع التبرير.

(1) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $v_n = \left(\frac{2}{3}\alpha\right)^n$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي موجب تماما، قيم

مجموعة قيم  $\alpha$  التي تكون من أجلها  $(v_n)$  متتالية متقاربة هي :

(أ)  $\left]0; \frac{3}{2}\right[$  (ب)  $] -1; 1[$  (ج)  $\left]0; \frac{2}{3}\right[$

(2) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية  $3y' - 2y + 6 = 0$  والذي يحقق الشرط  $f(0) = 4$  هو :

(أ)  $f(x) = 3e^{\frac{2}{3}x} + 1$  (ب)  $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$  (ج)  $f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 2$

(3)  $f$  الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  بـ  $f(x) = \frac{x+1}{x}$ ، الدالة الأصلية  $F$  للدالة  $f$  والتي تحقق  $F(1) = 0$  هي الدالة المعرفة بـ :

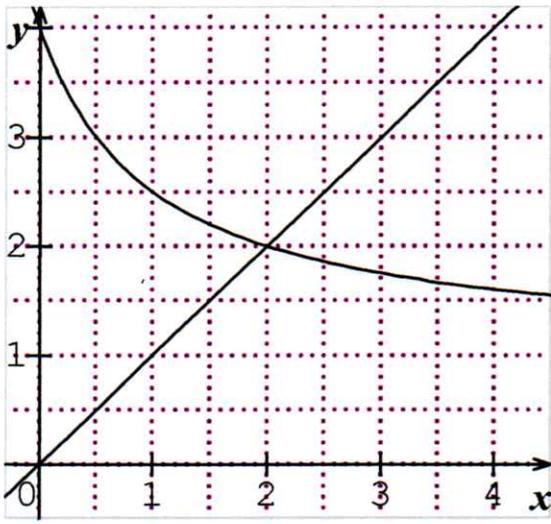
(أ)  $F(x) = x - 1 + \ln x$  (ب)  $F(x) = 1 - x + \ln x$  (ج)  $F(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

(4)  $N$  عدد طبيعي، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل  $N = \overline{01355}_6$ ، كتابته في النظام العشري هي :

(أ)  $N = 2022$  (ب)  $N = 1439$  (ج)  $N = 1962$

التمرين الثالث (05ن) نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = \frac{x+4}{x+1}$   $(C_f)$  تمثيلها البياني في

المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (أنظر الشكل).



(1) بيّن أن الدالة  $f$  متناقصة تماما على المجال  $]0; +\infty[$ .

(2)  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $u_0 = 1$

و من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

(أ) انقل الشكل ثم مثل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية  $(u_n)$

على حامل محور الفواصل (دون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء،

ثم أعط تخميّنا حول اتجاه تغيّر المتتالية  $(u_n)$  و تقاربها.

(ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}$ .

(3) نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = \frac{12}{u_n + 2} - 3$

(أ) برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  و حدها الأول  $v_0$ .

(ب) أوجد بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $v_n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  بحيث:  $S_n = v_n + v_{n+1} + v_{n+2} + \dots + v_{n+2022}$

أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $P_n$  بحيث:  $P_n = \frac{1}{u_n + 2} + \frac{1}{u_{n+1} + 2} + \frac{1}{u_{n+2} + 2} + \dots + \frac{1}{u_{n+2022} + 2}$

التمرين الرابع (07ن) دالة عددية معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = -x - \ln x$

(1) (أ) أدرس تغيّرات الدالة  $g$ .

(ب) بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0,56 < \alpha < 0,57$  ثم استنتج إشارة  $g$  على  $]0; +\infty[$

(2) لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{-1 + (x-1)\ln x}{x}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي

المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(أ) أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم فسر النتيجةن هندسيا .

(ب) بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$ ،  $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$ ، ثم شكل جدول تغيّرات الدالة  $f$ .

(3) بيّن أن المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما  $x_0$  و  $x_1$  حيث  $0,2 < x_0 < 0,3$  و  $2,2 < x_1 < 2,3$ .

(4) بيّن أن  $f(\alpha) = -\alpha + 1 - \frac{1}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد  $f(\alpha)$ .

(5)  $(\gamma)$  هو المنحنى الممثل للدالة  $\ln$  في المعلم السابق .

أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x]$  ثم فسر النتيجة بيانيا ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\gamma)$ .

(6) (أ) احسب  $f(1)$ ،  $f(2)$  و  $f(e)$  ثم ارسم  $(\gamma)$  و  $(C_f)$ .

(ب) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  ، عدد حلول المعادلة:  $f(x) = m$ .

(7)  $A$  هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين  $(\gamma)$  و  $(C_f)$  والمستقيمين الذين معادلتيهما:  $x = e$  و  $x = \alpha$ .

- احسب  $A$  بدلالة  $\alpha$  ثم تحقق أن:  $A = \frac{(1+\alpha)(3-\alpha)}{2}$  مستتجا حصرا لـ  $A$  الصفحة 2 من 5

## الموضوع الثاني

التمرين الأول (05ن) لكل سؤال جواب واحد صحيح فقط من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير:

1. حل المعادلة التفاضلية  $3y' - 2y + 6 = 0$  و الذي يحقق  $f(0) = 4$  هو الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  :-

(أ)  $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} - 3$  (ب)  $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$  (ج)  $f(x) = 2e^{\frac{2}{3}x} + 3$

2. مجموعة حلول المتراجحة  $\ln(x-1) + \ln(x+2) \leq 2 \ln 2$  في  $\mathbb{R}$  هي:

(أ)  $S = [-2; 2]$  (ب)  $S = ]1; 2]$  (ج)  $S = [-2; 1]$

3. لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x2^{-x}$  ،  $f$  قابلة للاشتقاق على  $\mathbb{R}$  ودالتها المشتقة  $f'$  هي:

أ/  $f'(x) = (1-x \ln 2)e^{-x \ln 2}$  ب/  $f'(x) = (1-x)2^{-x}$  ج/  $f'(x) = (2+x \ln 2)2^{-x}$

4.  $x$  عدد حقيقي موجب تماما ، التكامل  $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2} dt$  يساوي:

(أ)  $\frac{-2 \ln x - 1}{x}$  (ب)  $\frac{-\ln x}{x} - \frac{1}{x}$  (ج)  $\frac{-\ln x - 1 + x}{x}$

5. الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = \ln(x^2 + 2x + 3)$  من أجل كل عدد حقيقي  $x$  يكون:

(أ)  $f(-2-x) = f(x)$  (ب)  $f(2-x) = f(x)$  (ج)  $f(-x) = f(x)$

التمرين الثاني (04ن)  $\alpha$  ،  $\beta$  عدنان طبيعيين كل منهما أصغر من 7؛ وليكن  $A$  العدد الطبيعي المضاعف لـ

7 والذي يكتب في نظام التعداد ذو الأساس 9 و 7 على الترتيب بـ :  $2\alpha 8\beta$  و  $5\alpha 1\beta$

(1) جد  $\alpha$  ،  $\beta$  ثم أكتب العدد  $A$  في النظام العشري.

(2) أحسب  $PGCD(2016, 2268, 2772)$

(3) نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية  $Z$  المعادلة ذات المجهولين  $x$  ،  $y$

$$2772x - 2268y = 2016 \dots\dots\dots (E)$$

أ. بيّن انه من اجل كل عددين حقيقيين  $x$  ،  $y$  المعادلة (E) تكافئ  $11x - 9y = 8$

ب. جد  $(x_0, y_0)$  حل للمعادلة (E) والتي تحقق  $x_0 + y_0 = 8$

ت. استنتج في  $Z^2$  مجموعة حلول المعادلة (E).

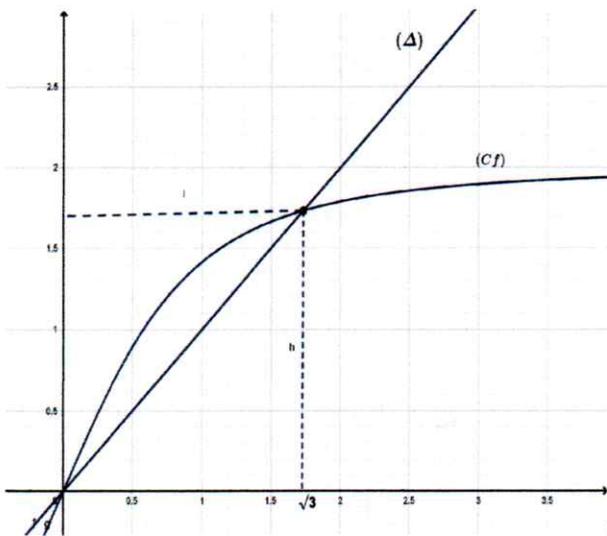
(4) بفرض  $x$  و  $y$  موجبان و أن  $(x, y)$  حلل المعادلة (E) وبوضع  $PGCD(x, y) = d$

أ. أوجد القيم الممكنة لـ  $d$

ب) استنتج كل الثنائيات  $(x, y)$  حلول المعادلة (E) التي تحقق :  $PGCD(x, y) = 2$

(1) الشكل المقابل هو التمثيل البياني  $(C_f)$  للدالة  $f$  المعرفة على  $[0, +\infty[$  ب:  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

والمستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x$  في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$



(أ) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $[0, +\infty[$

(ب) بيّن أنه إذا كان  $x \in [0, \sqrt{3}]$  فإن  $f(x) \in [0, \sqrt{3}]$

(2) نعرف المتتالية  $(u_n)$  كما يلي :

$$u_{n+1} = f(u_n) : n \text{ عدد طبيعي } u_0 = 1$$

(أ) باستعمال التمثيل البياني  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$

مثل الحدود  $u_0, u_1, u_2$  على محور الفواصل دون حسابها

مبرزا خطوط التمثيل

ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  وتقارباها.

(ب) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي  $n : 1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

(ج) بيّن من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(2 - \sqrt{u_n+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

(د) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة

(3) نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ب:  $v_n = \frac{u_n^2}{3 - u_n^2}$

(أ) برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

(ب) أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

(ج) أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$

(4) أحسب  $p_n$  بدلالة  $n$  حيث:  $p_n = \frac{(u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n)^2}{(3 - u_0^2)(3 - u_1^2) \dots (3 - u_n^2)}$

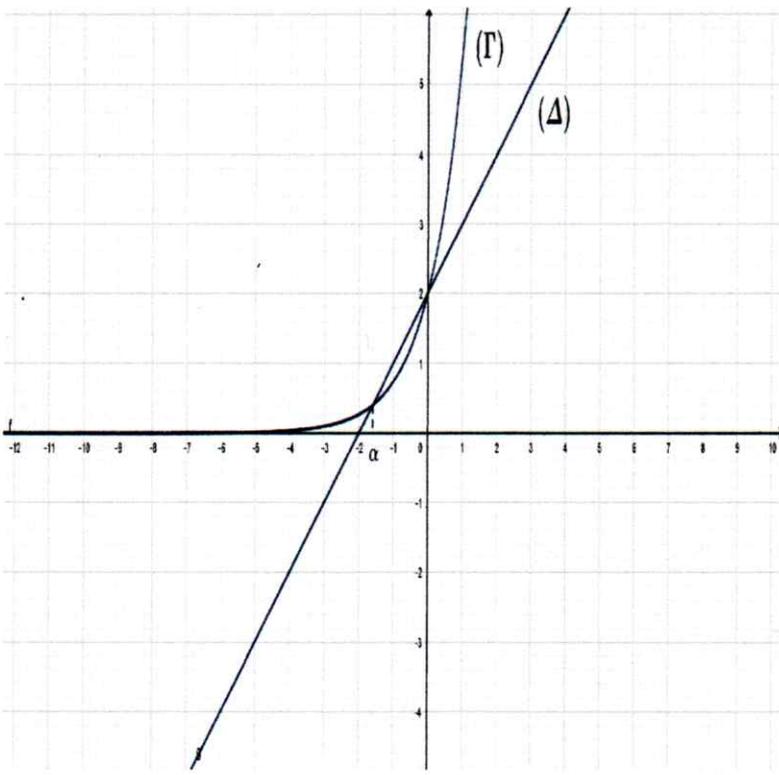
### التمرين الرابع (07ن)

(I) المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ، الشكل أدناه يتضمن  $(\Gamma)$  التمثيل البياني للدالة:

$x \rightarrow 2e^x$  ،  $(\Delta)$  المستقيم ذو المعادلة :  $y = x + 2$  ،  $0$  و  $\alpha$  هما فاصلتا نقطتي تقاطع  $(\Gamma)$  و  $(\Delta)$

حيث :  $-1,6 < \alpha < -1,5$

(1) بقراءة بيانية حدّد وضعية المنحني  $(\Gamma)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$  على  $\mathbb{R}$



2)  $g$  لدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  والمعرفة على  $\mathbb{R}$

$$g(x) = -2e^x + x + 2 \quad ;$$

حدد إشارة  $g(x)$  حسب قيم العدد الحقيقي  $x$ .

II) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  :

$$f(x) = 2(ex - 3) + (x + 3)e^{-x+1}$$

$(C_f)$  هو تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) أ - أحسب كلا من  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $\mathbb{R}$

$$f'(x) = -g(x)e^{-x+1} :$$

ج) عيّن دون حساب:  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$

ثم فسّر النتيجة هندسياً.

المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة:  $y = 2(ex - 3)$  هو

مستقيم مقارب ل  $(C_f)$  عند  $+\infty$  ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(D)$

ب) بيّن أن المنحني  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

ج) بيّن أن المنحني  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها  $\beta$  حيث:  $-2,4 < \beta < -2,3$  .

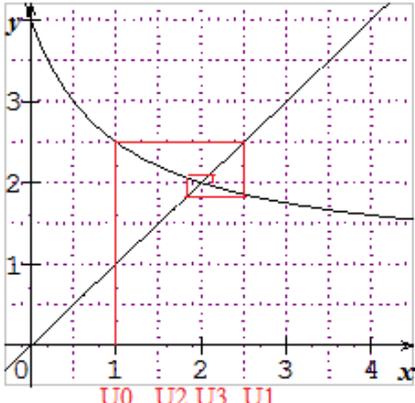
3) أنشئ كل من  $(D)$  و  $(C_f)$  . نأخذ  $f(-3) \approx -22.31$  و  $f(\alpha) \approx 4.15$

4-أ) جد العددين الحقيقيين  $a, b$  حتى تكون الدالة  $x \rightarrow \tilde{f}(ax + b)e^{-x+1}$  أصلية للدالة  $x \rightarrow (x + 3)e^{-x+1}$  على  $\mathbb{R}$

ب) أحسب  $I_n$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني  $(C_f)$  والمستقيم  $(D)$  والمستقيمين الذين معادلتها:  $x = n$  و  $x = 1$

حيث  $n$  عدد طبيعي  $(n > 1)$ ، ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$  .

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	
04	0.5	لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $a_n = 2 \times 5^n + 7$ (1) أ- بما أن $a_n$ هو مجموع عددين أحدهما فردي والآخر زوجي إذا هو عدد فردي.....	التعريف الأول
	0.5	ب- $n$ بواقي قسمة العدد $5^n$ على 8: من أجل $n = 2k$ : $5^n \equiv 1[8]$ و من أجل $n = 2k + 1$ : $5^n \equiv 5[8]$ .....	
	0.5	ج- بما أن $2 \times 1 + 7 \equiv 1[8]$ و $2 \times 5 + 7 \equiv 1[8]$ فإنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $a_n \equiv 1[8]$ .....	
	0.75	(2) أ- إذا كان: $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 7[125] \end{cases}$ فإن: $\begin{cases} 125x \equiv 125[1000] \\ 8x \equiv 56[1000] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 125x \equiv 125[1000] \\ 128x \equiv 896[1000] \end{cases}$ بالطرح نجد $3x \equiv 771[1000]$ أي $9x \equiv 313[1000]$ إذا نجد $\begin{cases} 8x \equiv 56[1000] \\ 9x \equiv 313[1000] \end{cases}$ ومنه $x \equiv 257[1000]$ .....	
	0.5	ب- من أجل $n \geq 3$ يكون: $5^n$ مضاعف لـ 125 ومنه نجد $a_n \equiv 7[125]$ ولدينا $a_n \equiv 1[8]$ إذا نستنتج أن $a_n \equiv 257[1000]$ .....	
	0.25	ج- بما أن $a_{2021} \equiv 257[1000]$ و $a_{2022} \equiv 257[1000]$ فإن $a_{2021} \times a_{2022} \equiv 257^2[1000]$ أي $a_{2021} \times a_{2022} \equiv 49[1000]$ إذا الأرقام الثلاث الأخيرة للعدد $(2 \times 5^{2021} + 7)(2 \times 5^{2022} + 7)$ هي 049.....	
	0.25	(3) أ- من أجل كل عدد طبيعي $n$ لدينا: $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$ ب- إذا كان $\text{PGCD}(a_{2n}; a_{2n+1}) = d$ ، فإن $d$ يقسم $a_n$ وبما أن $2 \times 5^n$ ليس مضاعف لـ 7 فإن $d$ يختلف عن 7.....	
0.25	$d$ يقسم 28 ويختلف عن 7 و $a_n$ فردي إذا $d = 1$ .....		
04	01	(1) قيم $\alpha$ التي تكون من أجلها $(v_n)$ متقاربة هي: أ) $\left[0; \frac{3}{2}\right[$ + التبرير.....	التعريف الثاني
	01	(2) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $3y' - 2y + 6 = 0$ والذي يحقق الشرط $f(0) = 4$ هو: ب) $f(x) = e^{\frac{2}{3}x} + 3$ + التبرير.....	
	01	(3) الدالة الأصلية $F$ والتي تحقق $F(1) = 0$ للدالة $f$ المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{x+1}{x}$ هي الدالة: أ) $F(x) = x - 1 + \ln x$ + التبرير.....	
	01	(4) $N$ عدد طبيعي، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N = \overline{01355}_6$ ، كتابته في النظام العشري هي: ب) $N = 1439$ + التبرير.....	
	01		

0.5	<p><math>f</math> دالة معرفة على <math>[0; +\infty[</math> بـ: <math>f(x) = \frac{x+4}{x+1}</math></p> <p>(1) بما أن <math>f'(x) = \frac{-3}{(x+1)^2}</math> فإن <math>f</math> متناقصة تماما على المجال <math>[0; +\infty[</math>.</p>
05	<p>(2) أ- تمثيل الحدود الأربعة الأولى:</p>  <p>التخمين: المتتالية <math>(u_n)</math> غير رتيبة ومتقاربة نحو 2</p>
0.75	<p>ب - البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي <math>n</math>، <math>1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}</math></p> <p>لدينا <math>1 \leq u_0 \leq \frac{5}{2}</math> ونفرض أن <math>1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}</math> فنجد <math>1 \leq u_{n+1} \leq \frac{5}{2}</math> ومنه <math>1 \leq u_n \leq \frac{5}{2}</math></p>
0.75	<p>(3) نعتبر المتتالية العددية <math>(v_n)</math> المعرفة على <math>\square</math> بـ: <math>v_n = \frac{12}{u_n + 2} - 3</math></p> <p>أ - بما أن <math>v_n = \frac{6 - 3u_n}{u_n + 2}</math> ولدينا <math>v_{n+1} = -\frac{1}{3} \left( \frac{6 - 3u_n}{u_n + 2} \right)</math> إذا <math>(v_n)</math> متتالية هندسية أساسها <math>q = -\frac{1}{3}</math> و حدها الأول <math>v_0 = 1</math> .....</p> <p>ب - عبارة الحد العام: <math>v_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^n</math> و <math>u_n = \frac{12}{3 + v_n} - 2 = \frac{12}{3 + \left(-\frac{1}{3}\right)^n} - 2</math></p>
0.25	<p>حساب النهاية: <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2</math></p> <p>ت - حساب <math>S_n</math>:</p> <p>حساب <math>P_n</math>:</p> $S_n = 1 \left( \frac{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{2023}}{1 + \frac{1}{3}} \right) = \frac{3}{4} \left( 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^{2023} \right)$

$$P_n = \frac{1}{12}(v_n + 3 + v_{n+1} + 3 + v_{n+2} + 3 \dots + v_{n+2022} + 3)$$

$$. P_n = \frac{1}{12}(S_n + 3 \times 2023)$$

0.5

I. الدالة  $g$  معرفة على المجال  $]0, +\infty[$  بـ:  $g(x) = -x - \ln x$   
(1) أ-  $g'(x) < 0$  ومنه الدالة  $g$  متناقصة.

0.25

ب- بما أن الدالة  $g$  رتيبة و  $g(0.56) \times g(0.57) < 0$   
فإن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $0,56 < \alpha < 0,57$   
إشارة  $g(x)$ :

0.25

$x$	0	$\alpha$	$+\infty$
$g(x)$		$\oplus$	$-$

0.5

(2) أ- من أجل كل  $x$  من المجال  $]0, +\infty[$  نجد:  $f(x) = \frac{-1+(x-1)\ln x}{x}$

0.25

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

$x = 0$  معادلة المستقيم المقارب للمنحنى (C)

0.5

ب- من أجل كل  $x$  من المجال  $]0, +\infty[$  نجد:  $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

إشارة  $f'(x)$  عكس إشارة  $g(x)$

جدول تغيرات الدالة  $f$  على المجال  $]0, +\infty[$ :

0.75

$x$	0	$\alpha$	$+\infty$
$f'(x)$		$\oplus$	$-$
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	$+\infty$

0.5

(3) حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين  $x_0$  و  $x_1$  حيث  $0,2 < x_0 < 0,3$

و  $2,2 < x_1 < 2,3$  إذا المنحنى  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطتين

0.25

(4) من  $g(\alpha) = 0$  لدينا  $\ln \alpha = -\alpha$  وبالتعويض نجد:  $f(\alpha) = -\alpha + 1 - \frac{1}{\alpha}$

0.25

حصر  $f(\alpha)$

$$-1.35 \leq f(\alpha) \leq -1.31$$

07

التمرين الرابع

0.5

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - \ln x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{-1 - \ln x}{x} \right] = 0 \text{ لدينا (5)}$$

ومنه المنحنى  $(\gamma)$  هو منحنى مقارب للمنحنى  $(C_f)$

- وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(\gamma)$  .

0.5

x	0	$e^{-1}$	$+\infty$
f(x)-lnx		0	-
الوضع النسبي		تقاطع	
		(C <sub>f</sub> ) فوق (γ)	(C <sub>f</sub> ) تحت (γ)

(6) أ- حساب  $f(1)$ ،  $f(2)$ ، و  $f(e)$

ارسم  $(\gamma)$  و  $(C_f)$

0.5



0.5

ب) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة:  $f(x) = m$

$m < f(\alpha)$  لا يوجد حلول

$m = f(\alpha)$  يوجد حل وحيد

$m > f(\alpha)$  يوجد حلين مختلفين

0.5

(7) حساب المساحة A :

$$A = \left[ \ln x + \frac{1}{2} (\ln x)^2 \right]_{\alpha}^e = \frac{3}{2} - \ln \alpha - \frac{1}{2} (\ln \alpha)^2$$

0.25

- التحقق أن:  $A = \frac{(1+\alpha)(3-\alpha)}{2}$  بتعويض  $\ln \alpha = -\alpha$

حصر A :

$$1.89 < A < 1.91$$

0.25

الموضوع الثاني التصحيح النموذجي للباكوريا التجريبي مادة الرياضيات

العلامة		عناصر الإجابة	محاور الموضوع
كاملة	مجزأة		
05 ن			<u>التمرين الأول</u>
	01 ن	<p>حل التمرين الأول:</p> <p>1-الإجابة الصحيحة هي : (ب)</p> <p>التبرير:</p> $3y' - 2y + 6 = 0$ $y' = \frac{2}{3}y - 2$ <p>يكافئ</p> $y = ce^{\frac{2}{3}x} + 3$ <p>ومنه</p> $f(x) = ce^{\frac{2}{3}x} + 3$	
	01 ن	<p>2-الإجابة الصحيحة هي: (ب)</p> <p>التبرير</p> $\ln(x-1) + \ln(x+2) \leq 2 \ln 2 \dots \dots (1) \quad D = ]1; +\infty[ :$ $\ln[(x-1)(x+2)] \leq \ln 4 \quad (1) \text{ يكافئ}$ $x^2 + 2x - x - 2 \leq 4$ <p>تكافئ</p> $x^2 + x - 6 \leq 0$ <p>ومنه</p> $S = ]1; 2]$	
	01 ن	<p>3--الإجابة الصحيحة هي: (أ)</p> <p>التبرير</p> $f(x) = xe^{-x} :$ $f'(x) = xe^{-x \ln 2}$ <p>يكافئ</p> $f'(x) = e^{-x \ln 2} + (-\ln 2)e^{-x \ln 2} \cdot x$ $f'(x) = e^{-x \ln 2} (1 - x \ln 2)$ <p>ومنه</p> $f'(x) = (1 - x \ln 2)e^{-x \ln 2}$	
	01 ن	<p>4---الإجابة الصحيحة هي: (ج)</p>	

$$\int_1^x \frac{\ln t}{t^2} dt = \left[ \frac{-\ln t}{t} \right]_1^x - \int_1^x \frac{-1}{t^2} dt \quad \text{التبرير:}$$

$$= \frac{-\ln x}{x} - \left[ \frac{1}{t} + c \right]_1^x$$

$$= \frac{-\ln x}{x} - \left( \frac{1}{x} + c - 1 - c \right)$$

$$= \frac{-\ln x - 1 + x}{x}$$

01ن

5-الإجابة الصحيحة هي: (أ)

$$f(x) = \ln(x^2 + 2x + 3)$$

التبرير:

$$f(-2-x) = \ln[(-2-x)^2 + 2(-2-x) + 3]$$

$$= \ln(4 + x^2 + 4x - 4 - 2x + 3)$$

$$= \ln(x^2 + 2x + 3)$$

$$= f(x)$$

التمرين الثالث:

(أ-) تحديد اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $[0, +\infty[$

الدالة  $f$  قابلة للإشتقاق على المجال  $[0, +\infty[$  و  $f'(x) = \frac{2}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}} > 0$  هذا يعني

الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[0, +\infty[$

1-ب) نبين إذا كان  $1 \leq x \leq \sqrt{3}$  فإن  $1 \leq f(x) \leq \sqrt{3}$

لدينا من أجل  $1 \leq x \leq \sqrt{3}$  فإن  $f(1) \leq f(x) \leq f(\sqrt{3})$  (لأن الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $[1, \sqrt{3}]$ ) ومنه

$$\sqrt{2} \leq f(x) \leq \sqrt{3} \quad \text{ومنه } 1 \leq \sqrt{2} \leq f(x) \leq \sqrt{3} \quad \text{ومنه } 1 \leq f(x) \leq \sqrt{3} \quad \text{وهو المطلوب}$$

2-أ) تمثيل الحدود  $u_0, u_1$  و  $u_2$  على محور الفواصل

نسقط النقطة  $M_0(u_0 = 1, u_1)$  على  $(\Delta)$  وفق  $(ox)$  ثم نسقط نقطة المحصل عليها على  $(C_f)$  وفق  $(oy)$  نحصل على النقطة

$M_1(u_1, u_2)$  وهكذا نكرر العملية نحصل على  $M_2$

0.5ن

0.25ن

04ن

0.25ن

ب) يبدو من خلال الرسم المتتالية  $(u_n)$  متزايدة على  $\square$  ومقاربة نحو العدد  $\sqrt{3}$

2-ب) لنبرهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي  $n : 1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$ .

لنتحقق من أجل  $n=0$  أي  $1 \leq u_0 = 1 \leq \sqrt{3}$  (محققة)

نفرض أن  $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$  و لنثبت :  $1 \leq u_{n+1} \leq \sqrt{3}$

لدينا فرضا :  $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$  ومنه :  $f(1) \leq f(u_n) \leq f(\sqrt{3})$  (حسب سؤال رقم 1-ب) ومنه  $1 \leq u_{n+1} \leq \sqrt{3}$  صحيحة

وبالتالي  $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$  صحيحة

0.5ن

ج) نبين من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(2 - \sqrt{u_n^2 + 1})}{\sqrt{u_n^2 + 1}}$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n}{\sqrt{u_n^2 + 1}} - u_n = \frac{2u_n - u_n\sqrt{u_n^2 + 1}}{\sqrt{u_n^2 + 1}} = \frac{u_n(2 - \sqrt{u_n^2 + 1})}{\sqrt{u_n^2 + 1}}$

عدد طبيعي  $n : 1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$  ومنه  $1 \leq u_n^2 \leq 3$  ومنه  $2 \leq u_n^2 + 1 \leq 4$

ومنه  $\sqrt{2} \leq \sqrt{u_n^2 + 1} \leq 2$  ومنه  $-2 \leq -\sqrt{u_n^2 + 1} \leq -\sqrt{2}$  ومنه  $0 \leq 2 - \sqrt{u_n^2 + 1} \leq 2 - \sqrt{2}$  وبالتالي:

$\square$   $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(2 - \sqrt{u_n^2 + 1})}{\sqrt{u_n^2 + 1}} \geq 0$  وعليه المتتالية  $(u_n)$  متزايدة على  $\square$

0.25ن

بما ان المتتالية  $(u_n)$  متزايدة ومحدودة من الاعلى فهي مقاربة

3) نبين  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

لدينا من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1}^2}{3 - u_{n+1}^2} = \frac{4u_n^2}{3 - \frac{4u_n^2}{u_n^2 + 1}} = \frac{4u_n^2}{u_n^2 + 1} \times \frac{u_n^2 + 1}{-u_n^2 + 3} = 4 \left( \frac{u_n^2}{3 - u_n^2} \right) = 4v_n$$

0.25ن

ومنه  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q=4$  وحدها الأول  $v_0 = \frac{1}{2}$

0.25ن

عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$ :  $v_n = \frac{1}{2}(4)^n$  أي  $v_n = 2^{2n-1}$

عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$ : بوضع  $v_n = y$  و  $u_n = x$  المساواة  $v_n = \frac{u_n^2}{3 - u_n^2}$  تكافئ

$$y = \frac{x^2}{3 - x^2} \text{ أي } y(3 - x^2) = x^2 \text{ أي } 3y - yx^2 = x^2 \text{ أي } 3y = yx^2 + x^2 = x^2(y+1)$$

$$x^2 = \frac{3y}{1+y} \text{ هذا يعني: } u_n^2 = \frac{3v_n}{1+v_n} \text{ هذا يعني } u_n = \sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}} \text{ أو } u_n = -\sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}} \text{ بمأن}$$

0.05ن

$$u_n = \sqrt{\frac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})}} \text{ أي } u_n = \sqrt{\frac{3v_n}{1+v_n}} \text{ المتتالية } (u_n) \text{ موجبة فإن:}$$

0.25ن

حساب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  لدينا  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3(2^{2n-1})}{(2^{2n-1})} = 3$  لأن:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^{2n-1} = +\infty$  ومنه  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \sqrt{3}$

0.25ن

$$P_n = \frac{(u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n)^2}{(3 - u_0^2)(3 - u_1^2) \dots (3 - u_n^2)} \text{ حساب بدلالة } n \text{ الجداء:}$$

0.25ن

$$\begin{aligned} P_n &= v_0 \times v_1 \times v_2 \dots \times v_n = v_0 \times v_0 \times q \dots \times v_0 \times q^n \\ &= v_0^{n+1} \times q^{1+2+\dots+n} \\ &= v_0^{n+1} \times q^{\frac{n(n+1)}{2}} \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \times q^{\frac{n(n+1)}{2}} \\ &= 2^{-n-1} \times 2^{n^2+n} \\ &= 2^{n^2-1} \end{aligned}$$

حل التمرين الثاني:

الجزء الاول:

تحديد وضعية المنحنى  $(\Gamma)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$

0.25ن

لدينا من أجل  $x \in ]-\infty, \alpha[ \cup ]0, +\infty[$  أعلى  $(\Delta)$

ومن أجل  $x \in ]\alpha, 0[$  أسفل  $(\Gamma)$   $(\Delta)$

0.25ن

ومن أجل  $x = \alpha$  أو  $x = 0$  لدينا  $(\Gamma) \cap (\Delta) = \{(\alpha, \alpha + 2), (0, 2)\}$

تحديد إشارة  $g(x)$  :

لدينا  $g(x) = 0$  من أجل  $x = \alpha$  أو  $x = 0$

$g(x) > 0$  من أجل  $x \in ]\alpha, 0[$  و  $g(x) < 0$  من أجل  $x \in ]-\infty, \alpha[ \cup ]0, +\infty[$

الجزء الثاني:  $f$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = 2(ex - 3) + (x + 3)e^{-x+1}$

حساب النهايات:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  لأن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2(ex - 3) = -\infty$  و

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 3)e^{-x+1} = -\infty$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty + \infty$  (حالة عدم التعيين) إزالتها

لدينا:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2(ex - 3) + e \left( \frac{x}{e^x} + \frac{3}{e^x} \right) = +\infty$

$$\text{لأن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{e^x} + \frac{3}{e^x} = 0$$

نبين من أجل كل عدد حقيقي:  $f'(x) = -g(x)e^{-x+1}$

الدالة  $f$  قابلة للإشتقاق على  $\mathbb{R}$  و عبارة دالتها المشتقة هي :

$$f'(x) = 2e + e^{-x+1} - (x + 3)e^{-x+1} = 2e(e^{-x+1})(e^{+x-1}) + e^{-x+1} - (x + 3)e^{-x+1}$$

$$f'(x) = (e^{-x+1})[2e \times e^{x-1} + 1 - x - 3] = e^{-x+1}(2e^x - x - 2) = -e^{-x+1}(-2e^x + x + 2)$$

ومنه:  $f'(x) = -g(x)e^{-x+1}$

$$\text{حساب } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h}$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\alpha + h) - f(\alpha)}{h} = f'(\alpha) = 0 \text{ لدينا}$$

التفسير الهندسي:  $(C_f)$  يقبل مماس عند نقطة ذات الفاصلة  $\alpha$  موازي لحامل محور فواصل

دراسة اتجاه تغير الدالة  $f$ : إشارة  $f'(x)$  من إشارة  $-g(x)$

$$f'(x) = 0 \text{ من أجل } x = \alpha \text{ أو } x = 0$$

$f'(x) > 0$  من أجل  $x \in ]-\infty, \alpha[ \cup ]0, +\infty[$  معناه الدالة  $f$  متزايدة تماما على كل من المجالين  
 $]-\infty, \alpha[$  و  $]0, +\infty[$

07ن

0.25ن

0.50ن

0.25ن

0.25ن

$f'(x) < 0$  من أجل  $x \in ]0, \alpha[$  معناه الدالة  $f$  متناقصة تماما على المجال  $]0, \alpha[$ .

جدول تغيرات الدالة  $f$

0.75ن

أ-2) نبين أن المستقيم  $(D)$  ذو المع

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - y = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x+3)e^{-x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x}{e^x} + \frac{3}{e^x} \right) e = 0$$

دراسة وضعية  $(C_f)$  بالنسبة إلى  $(D)$ : لدينا  $f(x) - y = (x+3)e^{-x+1}$

إشارة  $f(x) - y$  من إشارة العدد  $x+3$  ومنه على المجال  $]-\infty, -3]$  أسفل  $(D)$

0.5ن

وعلى المجال  $]-3, +\infty[$  أعلى  $(D)$  ومن أجل  $x = -3$  يقطع  $(C_f)$  في نقطة  $(-3, 2(-3e-3))$

نبين أن المنحني  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف: لدينا  $f'$  قابلة للإشتقاق على  $\square$  و

0.25ن

$x$	$-\infty$	$-1$	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	$0$	$+$

$$f''(x) = (x+1)e^{-x+1}$$

$f''(x)$  تنعدم عند قيمة  $x_0 = -1$  مغيرة إشارتها وعليه النقطة  $A(1, f(1) = 2e - 2)$  نقطة انعطاف للمنحني البياني  $(C_f)$

نبين أن  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها  $\beta$  بحيث:  $-2,4 < \beta < -2,3$

0.5ن

لدينا الدالة  $f$  معرفة و مستمرة و رتيبة تماما على المجال  $]-\infty, \alpha[$  و بالخصوص على المجال  $]-2,4, -2,3]$  ومن جهة أخرى

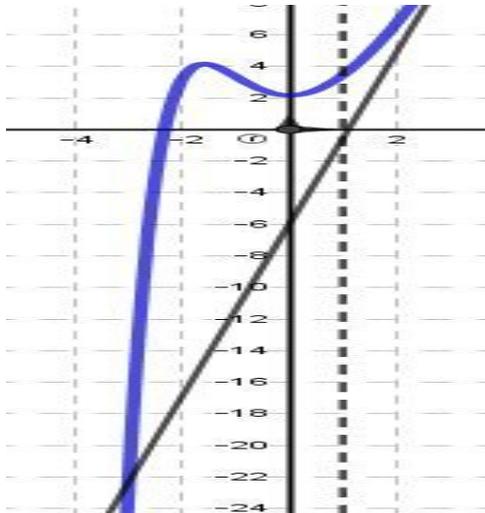
$$\text{لدينا } f(-2,3) \times f(-2,4) < 0 \text{ إذن حسب مبرهنة القيم}$$

المتوسطة فإن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\beta$  حيث:  $-2,4 < \beta < -2,3$  أي  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في نقطة

0.25ن

فاصلتها  $\beta$  بحيث:  $-2,4 < \beta < -2,3$

رسم المنحني  $(C_f)$  و  $(D)$



إيجاد العدديين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث

حتى تكون الدالة  $x \rightarrow (ax + b)e^{-x+1}$  هي دالة أصلية لدالة

0.50ن

$$\square \text{ على } x \rightarrow (x+3)e^{-x+1}$$

تكون الدالة  $x \rightarrow (ax + b)e^{-x+1}$  هي دالة أصلية

للدالة  $x \rightarrow (x+3)e^{-x+1}$  إذا وفقط تحقق ما يلي من أجل كل

0.5ن

عدد حقيقي  $x$  لدينا:  $ae^{-x+1} - (ax+b)e^{-x+1} = (x+3)e^{-x+1}$

أي

بالمطابقة  $(-ax-b+a)e^{-x+1} = (x+3)e^{-x+1}$

نجد:  $-a=1$  و  $-b+a=3$  ومنه نجد  $a=-1$

و  $b=-4$

0.5ن

حساب مساحة الحيز المحددة بين المستقيمين:  $x=1$  و  $x=n$

بحيث  $n > 1$  والمستقيم  $(D)$

$$I_n = \int_1^n [f(x) - y] dx = \left[ -(x+4)e^{-x+1} \right]_1^n = -(n+4)e^{-n+1} + 5$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} -(n+4)e^{-n+1} + 5 = +5 \text{ ومنه}$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} -(n+4)e^{-n+1} = \lim_{n \rightarrow +\infty} -\left(\frac{n}{e^n} + \frac{4}{e^n}\right)e = 0 \text{ لأن:}$$

حل التمرين الرابع:

( إيجاد  $\alpha$  و  $\beta$  :

0.5ن

لدينا

$$\begin{cases} A = \beta + 8.9^1 + \alpha.9^2 + 2.9^3 \\ A = \beta + 7 + \alpha.7^2 + 5.7^3 \end{cases}$$

أي

$$\begin{cases} A = \beta + 81\alpha + 1530 \\ A = \beta + 49\alpha + 1722 \end{cases}$$

ومنه

$$32\alpha - 192 = 0$$

$$\alpha = \frac{192}{32} = 6$$

وبالتالي

0.5ن

نعوض  $\alpha$  في الجملة نجد:

$$\begin{cases} A = \beta + 2016 \\ A = \beta + 2016 \end{cases}$$

$$A \equiv 0[7]$$

لدينا

$$\beta + 2016 \equiv 0[7]$$

أي

$$\beta \equiv 0[7]$$

$$\beta = 7k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$0 \leq \beta < 7 \quad \text{بمأن}$$

$$\beta = 0 \quad \text{فإن}$$

$$\beta = 0 \quad \text{و} \quad \alpha = 6 \quad \text{ومنه}$$

• كتابة العدد  $A$  في النظام العشري:

$$\beta = 0 \quad \text{و} \quad \alpha = 6 \quad \text{لدينا}$$

$$A = \beta + 81\alpha + 1530$$

$$A = 0 + 81(6) + 1530$$

$$A = 2016 \quad \text{ومنه}$$

(2) حساب PGCD :

$$PGCD(2016; 2268; 2772) = 252$$

$$(3) \text{ لدينا المعادلة (E) } 2772x - 2268y = 2016 \quad \text{تكافئ} \quad 11x - 9y = 8 \quad \text{..... (*)}$$

إيجاد  $(x_0; y_0)$  :

$$\text{لدينا } x_0 + y_0 = 8 \quad \text{تكافئ} \quad x_0 = 8 - y_0$$

$$\text{بالتعويض في (*) نجد: } 11(8 - y_0) - 9y_0 = 8 \quad \text{تكافئ} \quad 88 - 11y_0 - 9y_0 = 8$$

$$88 - 20y_0 = 8 \quad \text{تكافئ}$$

$$y_0 = 4 \quad \text{تكافئ}$$

$$(x_0; y_0) = (4; 4) \quad \text{ومنه}$$

$$\begin{cases} 11x - 9y = 8 \text{..... (*)} \\ 11(4) - 9(4) = 8 \end{cases} \quad \text{• استنتاج مجموعة حلول المعادلة (E):}$$

$$11(x - 4) = 9(y - 4) \quad \text{تكافئ} \quad 11(x - 4) - 9(y - 4) = 0 \quad \text{ومنه}$$

$$11/9(y - 4) \quad \text{أي}$$

$$PGCD(11; 9) = 1 \quad \text{و}$$

$$11/y - 4 \quad \text{حسب مبرهنة غوص :}$$

$$y - 4 = 11k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z} \quad \text{أي}$$

0.25ن

$$y = 11k + 4 \text{ ومنه}$$

$$11x - 99k - 36 = 8 \text{ تكافئ } 11x - 9(11k + 4) = 8 \text{ نجد (*) في التعويض}$$

0.50ن

$$11x = 99k + 44 \text{ تكافئ}$$

$$x = 9k + 4 \text{ تكافئ}$$

$$S = \{(9k + 4; 11k + 4) / k \in \mathbb{Z}\} \text{ ومنه:}$$

❖ ( إيجاد قيم d:

0.25ن

$$d / 11x - 9y \text{ هذا يعني } \begin{cases} d / x \\ d / y \end{cases}$$

0.25ن

$$d / 8 \text{ أي}$$

$$d \in \{1; 2; 4; 8\} \text{ ومنه}$$

(2) استنتاج الثنائية (x; y):

$$\begin{cases} 2 / (11k + 4) \\ 2 / (9k + 4) \end{cases} \text{ لدينا } PGCD(x; y) = 2 \text{ يكافئ}$$

$$\begin{cases} 11k + 4 \equiv 0[2] \\ 9k + 4 \equiv 0[2] \end{cases} \text{ يكافئ}$$

$$\begin{cases} k \equiv 0[2] \\ k \equiv 0[2] \end{cases} \text{ يكافئ}$$

01ن

$$k = 2k' ; k' \in \mathbb{Z} \text{ أي}$$

ومنه

$$\begin{cases} x = 11(2k') + 4 \\ y = 9(2k') + 4 \end{cases}$$

$$S = \{(22k' + 4; 18k' + 4)\} \text{ إذن}$$

0.5ن

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية  
وزارة التربية الوطنية

0.5ن