الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الحسن ابن الهيثم النزلة — المستوى : 3 ثانوي

الأستاذ: بوقفة عبد الفتاح — شعبة : علو م تجريبية

# الإختبار التجريبي رقم 09 شعبة علوم (Bac 2022)

## التمرين 01 (4 نقاط) — 35 دقيقة

نعتبر المعادلة التفاضلية $(E)$ التالية : $y' - y = -(x-1)^2 \ldots\ldots (E)$

❶ عين الأعداد الحقيقية $a$ ، $b$ و $c$ التي من أجلها تكون الدالة $g$ المعرفة على $R$ بـ : $g(x) = ax^2 + bx + c$ حلا للمعادلة التفاضلية $(E)$ .

❷ عين حلول المعادلة التفاضلية $(E_0)$ التالية : $y' - y = 0 \ldots\ldots (E_0)$

❸ أ/ برهن أن $f$ حلا للمعادلة التفاضلية $(E)$ إذا وفقط إذا كانت $(f-g)$ حلا للمعادلة التفاضلية $(E_0)$ .

ب/ إستنتج حلول المعادلة التفاضلية $(E)$ .

❹ عين الدالة $h$ التي هي حل للمعادلة التفاضلية $(E)$ والتي تحقق $h'(0) = 1$ .

## التمرين 02 (5 نقاط) — 45 دقيقة

لتكن $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة بـ $u_0 = 0$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ بـ: $u_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$

❶ أ/ عين العددين الحقيقيين $a$ و $b$ حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n+3}$.

ب/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $-1 < u_n < 0$.

❷ أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ثم إستنتج أن $(u_n)$ متقاربة.

❸ لتكن المتتالية $(v_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ كما يلي: $v_n = \frac{1}{u_n+1}$.

أ/ بين أن المتتالية $(v_n)$ حسابية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول.

ب/ أكتب $v_n$ و $u_n$ بدلالة $n$. ، إستنتج ثانية أن $(u_n)$ متقاربة.

❹ نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $S_n = u_0v_0 + u_1v_1 + \cdots + u_nv_n$

$$T_n = e^{\frac{u_0}{u_0+1}} \times e^{\frac{u_1}{u_1+1}} \times \ldots \times e^{\frac{u_n}{u_n+1}}$$

عين $S_n$ و $T_n$ بدلالة $n$ ، هل المتتالية $(T_n)$ متقاربة ؟ برر إجابتك .

التفكير الزائد يرهق العقل
ويدمر الجسم ، عش
اللحظة وسلم أمرك لله

## التمرين 03 (04 نقاط) — 35 دقيقة

يحتوي كيس على 4 كرات حمراء تحمل الأرقام : 0 ، 1 ، 1 ، 2 وثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام : 0 ، 1 ، 1

وكرية واحدة زرقاء تحمل الرقم 2 ،الكرات لا نميز بينها باللمس .

نسحب عشوائيا من هذا الكيس كريتين في آن واحد .

نعتبر الحوادث التالية : $A$ " الكرتان المسحوبتان من لونين مختلفين " .

$B$ " الكرتان المسحوبتان تحمل رقمين فرديين " ، $C$ " سحب كرة حمراء على الأكثر " .

❶ أحسب الإحتمالات التالية : $P(A)$ و $\mathrm{P(B)}$ و $\mathrm{P(C)}$

❷ بين أن إحتمال أن تكون الكرتين المسحوبتين تحملين رقمين زوجيين علما أنها من نفس اللون هو $\frac{1}{9}$ .

❸ ليكن المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل عملية سحب العدد الحقيقي $|x-y|$ حيث $x$ و $y$ هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس .

أ/ برر أن قيم المتغير العشوائي X هي $\{0;1;2\}$ .

ب/ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي $X$ ، ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$

❹ أحسب $E(2022x+1443)$ .

إن مشقة الطاعة تذهب ويبقى ثوابها ،
ولذة المعصية تذهب ويبقى عقابها

## التمرين 04 (07 نقاط) 65 دقيقة

I- $g$ دالة معرفة على $R$ بـ : $g(x)=(x-1)e^{x-1}-1$

❶ أدرس تغيرات الدالة $g$ على $R$ .

❷ بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيدا $\alpha$ ينتمي إلى المجال $\left]\frac{3}{2};2\right[$، ثم تحقق أن : $1{,}56<\alpha<1{,}57$

❸ إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $R$.

II- $f$ هي الدالة المعرفة على $R$ بـ: $f(x)=(x-2)e^{x-1}-x+1$، $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

❶ أحسب نهايات الدالة $f$ عند $+\infty$ و $-\infty$ .

❷ أ/ بين أن $f$ هي دالة أصلية للدالة $g$ على $R$ .

ب/ أدرس إتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ أ/ إستنتج أن المنحني $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب مائل $(\Delta)$بجوار $-\infty$ معادلته $y=-x+1$

ب/ أدرس الوضع النسبي بين $(C_f)$ و $(\Delta)$ .

❹ أكتب معادلة المماس (T) للمنحني $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $-1$ .

❺ أ/ بين أن $f(\alpha)=2-\alpha-\frac{1}{\alpha-1}$، ثم بين أن $f(\alpha)<0$

ب/ أستنتج أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين موجبين .

❻ أنشئ $(C_f)$ و $(\Delta)$ و (T)، وحدة الرسم $2cm$ .

❼ $\lambda$ عدد حقيقي من المجال $]-\infty;2[$ و $\mathrm{A}(\lambda)$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها : $y=-x+1$ و $x=\lambda$ و $x=2$

أ/ أحسب بوحدة المساحة $cm^2$ و بإستعمال المكاملة بالتجزئة $\mathrm{A}(\lambda)$

ب/ عين $\lim\limits_{\lambda\to-\infty}\mathrm{A}(\lambda)$ .

بالتوفيق إن شاء الله

## الحل المفصل للإختبار التجريبي رقم 05

### التمرين 01

① تعيين الأعداد a, b, c

g حل للمعادلة (E) معناه

$$g'(x) - g(x) = -(x-1)^2$$

لدينا

$$g(x) = ax^2+bx+c$$

$$g'(x) = 2ax+b$$

ومنه

$$g'(x)-g(x) = 2ax+b-ax^2-bx-c$$

$$g'(x)-g(x) = -ax^2+(2a-b)x+b-c$$

ولدينا

$$-(x-1)^2 = -x^2+2x-1$$

بالمطابقة نجد

$$-a=-1 \Rightarrow \boxed{a=1}$$

$$2a-b=2 \Rightarrow 2(1)-b=2 \Rightarrow \boxed{b=0}$$

$$b-c=-1 \Rightarrow \boxed{c=1}$$

ومنه

$$g(x)=x^2+1$$

② تعيين حلول المعادلة $(E_0)$ $y'-y=0$

$$y'=y \Rightarrow \boxed{y=ce^x} \quad c\in\mathbb{R}$$

③ (أ) برهان أن $f$ حلا ل $(E)$ إذا وفقط إذا كان $(f-g)$ حلا ل $(E_0)$

أولا: نثبت أنه إذا كانت $f$ حلا ل $(E)$ فإن $(f-g)$ حلا ل $(E_0)$

بما أن فرضنا $f$ حلا ل $(E)$ فإن

$$f'(x)-f(x) = -(x-1)^2$$

وبما أن $g$ حلا ل $(E)$ معناه

$$g'(x)-g(x) = -(x-1)^2$$

وبالتالي

$$f'(x)-f(x)=g'(x)-g(x)$$

$$f'(x)-f(x)-g'(x)+g(x)=0$$

$$(f'(x)-g'(x))-(f(x)-g(x))=0$$

$$(f(x)-g(x))'-(f(x)-g(x))=0$$

وبالتالي نستنتج أن $(f-g)$ حلا ل $(E_0)$

ثانيا: نثبت أنه إذا كانت $(f-g)$ حلا ل $(E_0)$ فإن $f$ حلا ل $(E)$

بما أن فرضنا $(f-g)$ حلا ل $(E_0)$ فإن

$$(f(x)-g(x))'-(f(x)-g(x))=0$$

$$f'(x)-g'(x)-f(x)+g(x)=0$$

$$f'(x)-f(x)=g'(x)-g(x)$$

وبما أن $g$ حلا ل $(E)$ فإن

$$g'(x)-g(x)=-(x-1)^2$$

ومنه

$$f'(x)-f(x)=-(x-1)^2$$

ومنه نستنتج أن $f$ حلا ل $(E)$

في الأخير نستنتج أن $f$ حلا ل $(E)$ إذا وفقط إذا كانت $(f-g)$ حلا ل $(E_0)$

ب) إستنتاج حلول المعادلة التفاضلية $(E)$

بما أن $f$ حلا ل $(E)$ إذا وفقط إذا كانت $(f-g)$ حلا ل $(E_0)$ فإن

$$f(x)-g(x)=ce^x$$

وبما أن $g(x)=x^2+1$ فإن

$$f(x)=ce^x+g(x)$$

$$f(x)=ce^x+x^2+1 \quad c\in\mathbb{R}$$

④ تعيين الدالة $h$ حل ل $(E)$ حيث $h'(0)=1$

$$h(x)=ce^x+x^2+1$$

$$h'(x)=ce^x+2x$$

$$h'(0)=1 \Rightarrow ce^0+2(0)=1$$

$$\boxed{c=1}$$

وعليه

$$h(x)=e^x+x^2+1$$

## التمرين 2 ـ

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3} \end{cases}$$

① أ) تعيين العددين $a$ و $b$

$$u_{n+1} = a + \frac{b}{u_n+3} = \frac{a u_n + 3a + b}{u_n + 3}$$

بالمطابقة نجد

$\boxed{a = 1}$ و $3a + b = -1$

$3(1) + b = -1 \Rightarrow \boxed{b = -4}$

ومنه

$$u_{n+1} = 1 - \frac{4}{u_n+3}$$

ب) برهن بالتراجع أن $-2 \leqslant u_n < 1$

من أجل $n = 0$ لدينا

$$-1 < u_0 = 0 \leqslant 0$$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n=0$

نفرض أن الخاصية محققة من أجل $n$

و نبرهن صحتها من أجل $n+1$

أي نبرهن أن $-1 < u_{n+1} < 0$

$$-1 < u_n \leqslant 0$$

$$2 < u_n + 3 \leqslant 3$$

$$\frac{1}{3} \leqslant \frac{1}{u_n+3} < \frac{1}{2}$$

$$-\frac{4}{2} < -\frac{4}{u_n+3} \leqslant -\frac{4}{3}$$

$$-2 < -\frac{4}{u_n+3} \leqslant -\frac{4}{3}$$

$$-1 < 1 - \frac{4}{u_n+3} \leqslant 1 - \frac{4}{3}$$

$$-1 < u_{n+1} \leqslant -\frac{1}{3} \leqslant 0$$

بالتعدي فإن $-1 < u_{n+1} \leqslant 0$

ومنه الخاصية محققة من أجل $n+1$

ومنه نستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن $-1 < u_n \leqslant 0$

ج) اتجاه تغير $(u_n)$

ندرس إشارة الفرق

$$u_{n+1} - u_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3} - u_n = \frac{u_n - 1 - u_n^2 - 3u_n}{u_n + 3}$$

$$= \frac{-u_n^2 - 2u_n - 1}{u_n + 3} = \frac{-(u_n+1)^2}{u_n+3}$$

بما أن $-(u_n+1)^2 < 0$ فإن إشارة الفرق عكس إشارة المقام

لدينا

$$-1 < u_n \leqslant 0$$

$$2 < u_n + 3 \leqslant 3$$

ومنه نستنتج أن $u_{n+1} - u_n > 0$

ومنه $(u_n)$ متناقصة تماما على $\mathbb{N}$

استنتاج أن $(u_n)$ متقاربة

بما أن $(u_n)$ متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد $-1$ فهي متقاربة

2) أ) بين أن $(v_n)$ حسابية

$$v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+1} + 1} = \frac{1}{\frac{u_n - 1}{u_n+3} + 1}$$

$$= \frac{1}{\frac{u_n - 1 + u_n + 3}{u_n + 3}} = \frac{1}{\frac{2u_n + 2}{u_n+3}}$$

$$\boxed{v_{n+1} = \frac{u_n + 3}{2(u_n+1)}}$$

$$v_{n+1} - v_n = \frac{u_n+3}{2(u_n+1)} - \frac{2}{2(u_n+1)}$$

$$= \frac{u_n + 3 - 2}{2(u_n+1)} = \frac{\cancel{u_n+1}}{2(\cancel{u_n+1})} = \frac{1}{2}$$

ومنه

$$v_{n+1} - v_n = \frac{1}{2}$$

ومنه $(v_n)$ متتالية حسابية أساسها $r = \frac{1}{2}$

حدها الأول: $v_0 = \frac{1}{u_0+1} = \boxed{1}$

ب) كتابة $v_n$ بدلالة $n$

$v_n = v_0 + nr$

$v_n = 1 + \frac{1}{2}n$

إستنتاج $u_n$ بدلالة $n$

$v_n = \frac{1}{u_n+1}$

$u_n + 1 = \frac{1}{v_n}$

$u_n = \frac{1}{v_n} - 1 = \frac{1}{1+\frac{1}{2}n} - 1$

$u_n = \frac{1}{\frac{n+2}{2}} - 1 = \frac{2}{n+2} - 1$

$u_n = \frac{2-n-2}{n+2} \Rightarrow \boxed{u_n = \frac{-n}{n+2}}$

إستنتاج ثانية أن $(u_n)$ متقاربة

$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{-n}{n} = -1$

ومنه $(u_n)$ متقاربة

4) تعيين $S_n$ بدلالة $n$

نضع $t_n = u_n v_n$

لدينا $v_n = \frac{1}{u_n+1}$

$v_n u_n + v_n = 1$

$u_n v_n = 1 - v_n$

ومنه $t_n = 1 - v_n$

$S_n = t_0 + t_1 + \dots + t_n$

$S_n = 1 - v_0 + 1 - v_1 + \dots + 1 - v_n$

$S_n = (1+1+\dots+1) - (v_0 + v_1 + \dots + v_n)$

$S_n = 1(n+1) - \frac{n+1}{2}(v_0 + v_n)$

$S_n = (n+1) - \frac{n+1}{2}\left(1+1+\frac{1}{2}n\right)$

$S_n = (n+1) - \frac{n+1}{2}\left(\frac{n+4}{2}\right)$

$S_n = (n+1) - \frac{(n+1)(n+4)}{4}$

$S_n = (n+1)\left(1 - \frac{n+4}{4}\right)$

$S_n = (n+1)\left(\frac{\cancel{4}-n-\cancel{4}}{4}\right)$

$\boxed{S_n = \frac{-n(n+1)}{4}}$

تعيين $T_n$ بدلالة $n$

$v_n = \frac{1}{u_n+1} \Rightarrow u_n v_n = \frac{u_n}{u_n+1}$

وعليه $t_n = \frac{u_n}{u_n+1}$

ومنه $T_n = e^{t_0} \times e^{t_1} \times \dots \times e^{t_n}$

$T_n = e^{t_0+t_1+\dots+t_n}$

$\boxed{T_n = e^{S_n} = e^{\frac{-n(n+1)}{4}}}$

هل المتتالية $(T_n)$ متقاربة

$\lim_{n\to+\infty} T_n = \lim_{n\to+\infty} e^{\frac{-n(n+1)}{4}} = e^{-\infty} = \boxed{0}$

ومنه $(T_n)$ متقاربة

## التمرين 3

عدد الحالات الممكنة للسحب

بما أن السحب في آن واحد نستخدم التوفيقة

$$C_8^2 = \frac{8!}{2!\times 6!} = \boxed{28}$$

حساب $P(A)$

$(RV)$ أو $(Rb)$ أو $(Vb)$

$$P(A) = \frac{C_4^1C_3^1 + C_4^1C_1^1 + C_3^1C_1^1}{28} = \boxed{\frac{19}{28}}$$

حساب $P(B)$ $(1,1)$

$$P(B) = \frac{C_4^2}{28} = \boxed{\frac{6}{28}}$$

حساب $P(C)$

$(R\bar{R})$ أو $(\bar{R}\bar{R})$

$$P(C) = \frac{C_4^1C_4^1 + C_4^0C_4^2}{28} = \boxed{\frac{22}{28}}$$

② بين أن احتمال أن تكون الكرتان المسحوبتين تحمل رقمين زوجيين علما أنهما من نفس اللون هو $\frac{1}{9}$

نعتبر الحادثتين $D$ و $E$ حيث

$D$ " سحب كرتين تحمل رقمين زوجيين "

$E$ " سحب كرتين من نفس اللون "

ومنه

$$P_E(D) = \frac{P(D\cap E)}{P(E)}$$

$$P(E) = P(\bar{A}) = 1 - P(A) = \boxed{\frac{9}{28}}$$

$$P(E) = \frac{C_4^2 + C_3^2}{28} = \boxed{\frac{9}{28}}$$

$D\cap E$ " سحب كرتين من نفس اللون وتحمل رقمين زوجيين " $(R_0R_2)$

$$P(D\cap E) = \frac{C_2^2}{28} = \boxed{\frac{1}{28}}$$

ومنه

$$P_E(D) = \frac{\frac{1}{28}}{\frac{9}{28}} = \frac{1}{9}$$

و. هـ. م

③ أ) برر أن $X = \{0;1;2\}$

نجد $X=0$ إذا سحبنا كرتان تحملان نفس الرقم

نجد $X=1$ إذا سحبنا كرة تحمل الرقم 1 و الكرة الأخرى تحمل الرقم 0 أو 2

$(1,2)$ أو $(0,1)$

نجد $X=2$ إذا سحبنا كرة تحمل الرقم 0 والكرة الأخرى تحمل الرقم 2 $(0;2)$

ب) عرف قانون الاحتمال

$$P(X=0) = \frac{C_2^2 + C_4^2 + C_2^2}{28} = \boxed{\frac{8}{28}}$$

$$P(X=1) = \frac{C_4^1C_4^1}{28} = \boxed{\frac{16}{28}}$$

$$P(X=2) = \frac{C_2^1C_2^1}{28} = \boxed{\frac{4}{28}}$$

| $X_i$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $P(X=X_i)$ | $\frac{8}{28}$ | $\frac{16}{28}$ | $\frac{4}{28}$ |

حساب الأمل الرياضي

$$E(X) = \frac{(0\times 8) + (1\times 16) + (2\times 4)}{28} = \frac{24}{28}$$

$$\boxed{E(X) = \frac{6}{7}}$$

حساب $E(2022X+1443)$

لدينا

$$E(aX+b) = aE(X) + b$$

ومنه

$$E(2022X+1443) = 2022E(X) + 1443$$

$$= 2022\left(\frac{6}{7}\right) + 1443$$

$$= \boxed{3176,14}$$

## التمرين 4

$g(x)=(x-1)e^{x-1}-1$

① تغيرات الدالة $g$

$\lim\limits_{x\to-\infty}(x-1)e^{x-1}-1=\boxed{-1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\underbrace{(x-1)}_{+\infty}\underbrace{e^{x-1}}_{+\infty}-1=\boxed{+\infty}$

الدالة $g$ تقبل الاشتقاق و دالتها المشتقة هي

$g'(x)=1\cdot e^{x-1}+e^{x-1}(x-1)$

$g'(x)=(1+x-1)e^{x-1}=\boxed{xe^{x-1}}$

بما أن $e^{x-1}>0$ فإن إشارة المشتق من إشارة $x$ وعليه $g$

$g$ متناقصة على المجال $]-\infty;0]$ و متزايدة على المجال $[0;+\infty[$

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | $-1$ | ↘ | $-e^{-1}-1$ | ↗ | $+\infty$ |

② بين أن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$

الدالة $g$ مستمرة ومتزايدة على $[\frac{3}{2};2]$ ولدينا

$g(\frac{3}{2})=-0,17$

$g(2)=1,71$ $\quad g(2)\times g(\frac{3}{2})<0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة

فإن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في المجال $]\frac{3}{2};2[$

التحقق أن $1,56<\alpha<1,57$

$g(1,56)=-0,01$

$g(1,57)=0,007$

$g(1,56)\times g(1,57)<0$

ومنه $1,56<\alpha<1,57$

③ استنتاج إشارة $g(x)$

| $x$ | $-\infty$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

II) ① حساب نهايات $f$ عند $-\infty$ و $+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}xe^{x-1}-2e^{x-1}-x-1$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\underbrace{xe^{x}}_{0}\times e^{-1}-2\underbrace{e^{x-1}}_{0}-x-1=\boxed{+\infty}$

$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\underbrace{e^{x}}_{+\infty}\left[\underbrace{(x-1)e^{-1}}_{+\infty}-\underbrace{xe^{-x}}_{0}+\underbrace{e^{-x}}_{0}\right]$

$=\boxed{+\infty}$

②أ) بين أن $f$ هي دالة أصلية لـ $g$

$f$ دالة أصلية معناه $f'(x)=g(x)$

$f'(x)=1\cdot e^{x-1}+e^{x-1}(x-2)-1$

$f'(x)=(1+x-2)e^{x-1}-1$

$f'(x)=(x-1)e^{x-1}-1$

$f'(x)=g(x)$

و.هـ.م

ب) اتجاه تغير الدالة $f$

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ ومنه $f$ متناقصة على المجال $]-\infty;\alpha]$ ومتزايدة على المجال $[\alpha;+\infty[$

| $x$ | $-\infty$ | | $\alpha$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $+\infty$ | ↘ | $f(\alpha)$ | ↗ | $+\infty$ |

③أ) استنتاج أن $(C_f)$ يقبل مقارب مائل $(\Delta)$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(-x+1)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[(x-2)e^{x-1}\right]$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\underbrace{xe^{x}e^{-1}}_{0}-\underbrace{2e^{x-1}}_{0}\right]=\boxed{0}$

ومنه المستقيم $(\Delta): y=-x+1$ مستقيم مقارب مائل لـ $(C_f)$ بجوار $-\infty$.

ب) الوضع النسبي: ندرس إشارة الفرق

$$f(x)-(-x+1)=(x-2)e^{x-1}$$

بما أن $e^{x-1}>0$ فإن إشارة الفرق من إشارة $(x-2)$

| $x$ | $-\infty$      $2$      $+\infty$ | | |
|---|---|---|---|
| $f(x)-(-x+1)$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| الوضع النسبي | $(C_f)$ تحت $(\Delta)$ | $(C_f)$ يقطع $(\Delta)$ في النقطة $(2;-1)$ | $(C_f)$ فوق $(\Delta)$ |

4) كتابة معادلة المماس $(T)$ عند $x_0=-1$

$$(T): y=f'(-1)(x+1)+f(-1)$$

$$(T): y=(-2e^{-2}-1)(x+1)-3e^{-2}+2$$

$$(T): y=(-2e^{-2}-1)x-5e^{-2}+1$$

5) أ) بين أن $f(\alpha)=2-\alpha-\frac{1}{\alpha-1}$

$$f(\alpha)=(\alpha-2)e^{\alpha-1}-\alpha+1 \quad ---(1)$$

لدينا من السؤال (I-2) $g(\alpha)=0$

$$(\alpha-1)e^{\alpha-1}-1=0 \Rightarrow e^{\alpha-1}=\frac{1}{\alpha-1} \quad ...(2)$$

بتعويض (2) في (1) نجد

$$f(\alpha)=(\alpha-2)\left(\frac{1}{\alpha-1}\right)-\alpha+1=\frac{\alpha-2}{\alpha-1}-\alpha+1$$

$$=\frac{\alpha-1-1}{\alpha-1}-\alpha-1=\frac{\alpha-1}{\alpha-1}-\frac{1}{\alpha-1}-\alpha+1$$

$$=1-\frac{1}{\alpha-1}-\alpha+1=2-\alpha-\frac{1}{\alpha-1}$$

و.هـ.م

بين أن $f(\alpha)<0$

$$1,5<\alpha<2 \Rightarrow 0,5<\alpha-1<1$$

ومنه $1<\frac{1}{\alpha-1}<2 \Rightarrow -2<\frac{-1}{\alpha-1}<-1$

ولدينا أيضا $0<2-\alpha<0,5$

ومنه $-2<f(\alpha)<-0,5$

ومنه $f(\alpha)<0$

ب) استنتاج أن $f(x)=0$ تقبل حلين موجبين

$f$ مستمرة ومتناقصة على المجال $]0;\alpha[$ و

$f(0)=0,2$ و $f(\alpha)<0$

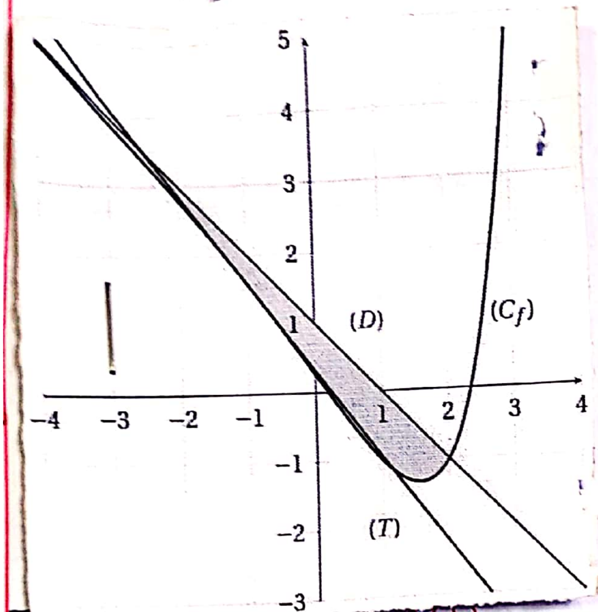
ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $f(x)=0$ تقبل حلا في المجال $]0;\alpha[$

$f$ مستمرة ومتزايدة على المجال $]\alpha;+\infty[$

و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $f(\alpha)<0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]\alpha;+\infty[$

إذن $f(x)=0$ تقبل حلين موجبين




7) أ) حساب $A(\lambda)$: $(C_f)$ تحت $(\Delta)$ في $]-\infty;2]$

وعليه

$$A(\lambda)=-\int_\lambda^2 (f(x)-(-x+1))dx=-\int_\lambda^2 (x-2)e^{x-1}dx$$

| | |
|---|---|
| $u(x)=x-2$ | $u'(x)=1$ |
| $v(x)=e^{x-1}$ | $v'(x)=e^{x-1}$ |

$$A(\lambda)=-\left(\left[(x-2)e^{x-1}\right]_\lambda^2-\int_\lambda^2 e^{x-1}dx\right)$$

$$=-\left(\left[(x-2)e^{x-1}\right]_\lambda^2-\left[e^{x-1}\right]_\lambda^2\right)$$

$$A(\lambda)=\left((\lambda-3)e^{\lambda-1}+e\right]\times 4cm^2$$

ب) نهاية $\lim\limits_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)$

$$\lim_{\lambda\to-\infty} A(\lambda)=\lim_{\lambda\to-\infty} 4\left[\lambda e^{\lambda}e^{-1}-3e^{\lambda-1}+e\right]=\boxed{4e}$$