الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية سطيف

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — ثانوية الأخوين حوفي العلمة سطيف

الشعبة: علوم تجريبية — دورة: مـــــاي 2022

اختبار في مـــادة الريـــاضيـــات — المدة: 03 ساعات و30 دقيقة

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04.5 نقاط)

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{1}{4}n + 1$.

1) أحسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3 حيث تكتب النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال.

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $n \le u_n \le n+1$.

ب) استنتج، اتجاه تغير المتتالية (u_n) ونهايتها مبرّرا إجابتك.

3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - n$.

أ) برهن أن المتتالية (v_n) هي متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{4}$ يطلب تعيين حدها الأول ثم أكتب v_n بدلالة n.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n + n$.

4) أ)أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = u_0 + 4(u_1 - 1) + 4^2(u_2 - 2) + ... + 4^n(u_n - n)$.

ب) استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.

التمرين الثاني:(04 نقاط)

لكل سؤال إجابة صحيحة واحدة، أكتب رقم السؤال والجواب الصحيح مع التبرير:

1) (v_n)متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \int_{e^n}^{e^{n+1}} \frac{2}{x}(1 + \ln x)\,dx$ نضع $S = v_0 + v_1 + ... + v_{36}$.

أ) $S = 2022$	ب) $S = 1443$	ج) $S = 1444$	د) $S = 2021$

2) نعتبر الدالة k المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $k(x) = 3x^2 - \frac{1}{x+1}$، القيمة المتوسطة للدالة k على المجال $[0;2]$ هي:

أ) $m = 4 - \ln(\sqrt{3})$	ب) $m = 4 + \ln(\sqrt{3})$	ج) $m = \ln(\sqrt{3}) - 4$	د) $m = -4 - \ln(\sqrt{3})$

3) إذا كانت H دالة أصلية للدالة h معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، و k معرفة على $\mathbb{R}$ بـ $k(x) = h(2x)$.

فإن عبارة K الدالة الأصلية للدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ هي:

أ) $K(x) = H(2x)$	ب) $K(x) = 2H(2x)$	ج) $K(x) = \frac{1}{2}H(2x)$	د) $K(x) = 2H(x)$

التمرين الثالث:(04.5 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 6 كرات حمراء و4 كرات سوداء.

ويحتوي صندوق U_2 على 3 كرات حمراء و1 كرة سوداء و1 كرة زرقاء. (جميع الكرات متماثلة)

1) نسحب عشوائيا ثلاث كرات على التوالي بدون إرجاع من الصندوق U_1.

أ. شكل شجرة الاحتمال المناسبة لهذه الوضعية.

ب. أحسب احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون.

جـ. أحسب احتمال الحصول على كرة حمراء على الأقل.

2) نسحب عشوائيا كرتين وفي آن واحد من الصندوق U_1 وكرة واحدة من الصندوق U_2.
ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات السوداء المسحوبة.
أ. عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .
ب. أحسب أمله الرياضياتي، التباين والانحراف المعياري.
3) نضيف n كرة سوداء إلى الصندوق U_1 و n كرة حمراء إلى الصندوق U_2.
نسحب كرة واحدة من الصندوق U_1 وكرة واحدة من الصندوق U_2.
لتكن A الحادثة: "الحصول على كرتين من نفس اللون"
- عين قيمة n حتى تكون $P(A)=\frac{3}{7}$

التمرين الرابع:(07 نقاط)

أ) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=(x^2-1)e^x+1$.
1) أدرس تغيرات الدالة g .
2) أحسب $g(0)$، ثم أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا آخر α وحيد في المجال $]0;+\infty[$ حيث $0,7<\alpha<0,8$.
3) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.
ب) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=x+(x-1)^2e^x$.
وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.
1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.
2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .
ب) أثبت أن (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما.
3) تحقق من أنّ: $f(\alpha)=\frac{\alpha^2+1}{\alpha+1}$ ثم عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.
4) أ) برهن أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x$ هو مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$.
ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D).
5) ليكن (T_a) المستقيم الذي معادلته $y=x+a$ حيث a عدد حقيقي.
- عين قيمتي a حتى يكون (T_a) مماسا لـ(C_f) في نقطتين يطلب تعيينهما ثم أكتب معادلة كل مماس.
6) أرسم المماسين، ثم المنحنى (C_f).
7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $x^2-2x+1=me^{-x}$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

لكل سؤال إجابة صحيحة واحدة، أكتب رقم السؤال والجواب الصحيح مع التبرير:

1) حلول المعادلة $e^{x+ln2}-e^{-x+ln3}+1=0$ في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $\left\{1,\frac{1}{2}\right\}$ **ب)** $\{1\}$ **ج)** $\{0\}$ **د)** مجموعة خالية.

2) عبارة الدالة f الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y'=(ln2)y$ و $f'(e)=ln2$ هي:

أ) $f(x)=e^{(x+2)ln2}$ **ب)** $f(x)=e^{xln2}$ **ج)** $f(x)=2^{x-e}$ **د)** $f(x)=2e^{xln2}$

3) يختار تلميذ في أول سنة في الجامعة ثلاثة تخصصات من بين إثناعشر تخصصا يسمح باختيارهم.
عدد الحالات الممكنة هي

أ) 1728   **ب)** 1320   **ج)** 220   **د)** 33

4) أ) كيس يحتوي على 8 كرات منها 5 كرات خضراء وثلاث بيضاء، نسحب كرتين من الكيس على التوالي وبدون إرجاع ونعتبر الحوادث التالية:

V_1:"الكرة المسحوبة الأولى خضراء" B_1:"الكرة المسحوبة الأولى بيضاء"

V_2:"الكرة المسحوبة الثانية خضراء" B_1:"الكرة المسحوبة الثانية بيضاء"

- احتمال حصول الحادثة V_2 علما أن الحادثة V_1 محققة هو:

أ) $\frac{5}{8}$ **ب)** $\frac{4}{7}$ **ج)** $\frac{5}{14}$ **د)** $\frac{20}{56}$

4) ب) احتمال حصول الحادثة V_2 هو:

أ) $\frac{5}{8}$ **ب)** $\frac{5}{7}$ **ج)** $\frac{3}{28}$ **د)** $\frac{9}{7}$

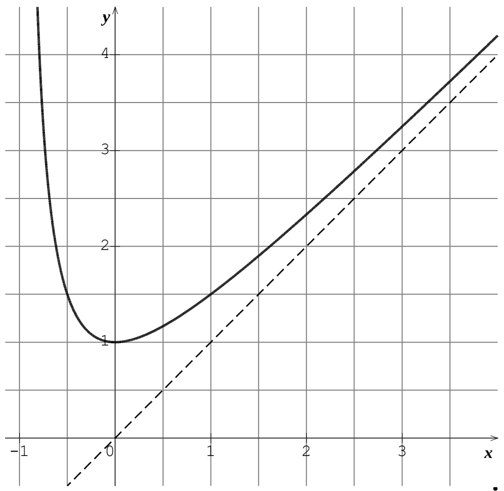
التمرين الثاني:(05 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=u_n+\frac{1}{1+u_n}$.

1) لتكن الدالة h المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $h(x)=x+\frac{1}{1+x}$ ،

(C_h) تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$

كما هو موضح في الشكل المقابل



أ) أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الإجابة ثم مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3 و u_4 دون حسابها موضحا خطوط الإنشاء.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n\geq 0$.

ب) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_{n+1}^2-u_n^2\geq 1$.

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $u_n\geq\sqrt{n}$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

4) من أجل كل عدد طبيعي n نضع $S_n=\frac{1}{1+u_0}+\frac{1}{1+u_1}+\frac{1}{1+u_2}+...+\frac{1}{1+u_n}$.

- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $S_n=u_{n+1}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$.

<u>التمرين الثالث</u>:(04 نقاط)

1) نرمي زهرة النرد مرة واحدة ونعتبر الأحداث التالية:

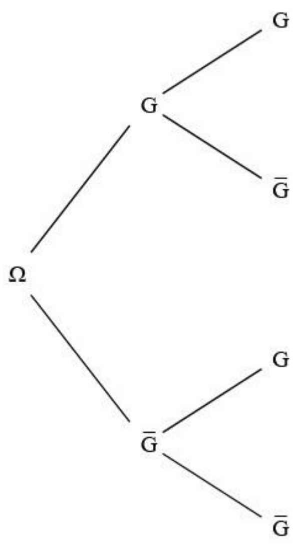
A : " ظهور رقم زوجي " ، B : " ظهور رقم أكبر من أو يساوي 3 "

C : " ظهور رقم أولي " ، D : " ظهور رقم أولي أو أكبر من أو يساوي 3 "

- أحسب الاحتمالات التالية: $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(C)$ ، $P(D)$

في لعبة ما، يدفع لاعب مبلغ 50 DA ثم برمي زهرة النرد مرتين ويسجل في كل مرة الرقم الظاهر. يربح اللاعب 40 DA كلما ظهر أحد الرقمين 1 أو 6 (نرمز لهذا الحدث بـG) ويربح 10 DA عند ظهور أحد الأرقام المتبقية.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق قيمة الربح أو الخسارة الناتجة عند نهاية اللعبة.



2) انقل شجرة الاحتمالات المقابلة التي تنمذج هذه التجربة ثم أكملها.

3) عين القيم الممكنة لـ X ثم عرف قانون احتماله.

4) هل اللعبة عادلة؟ برر إجابتك.

<u>التمرين الرابع</u>:(07 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=-2x+x\ln(x+1)$.

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} -1} f(x)$ ثمّ برهن أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$ فإنّ : $f'(x)=-\dfrac{x+2}{x+1}+\ln(x+1)$.

ب) الجدول المقابل يبرز تغيرات الدالة f' مشتقة الدالة f ،

وليكن α العدد الحقيقي الذي يحقّق : $f'(\alpha)=0$.

. أنقل ثم أكمل الجدول المقابل ثمّ عيّن إشارة $f'(x)$ على $]-1;+\infty[$.

x	-1	α	$+\infty$
$f'(x)$	.... ↗	0	...

جـ. تحقّق من أنّ $2,5<\alpha<2,6$ ، ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

3) بين أنّ $f(\alpha)=\dfrac{-\alpha^2}{\alpha+1}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) أرسم المنحنى (C_f).

5) لتكن g دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\dfrac{-x^2}{x+1}$.

أ) تحقق أنه من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$ فإنّ $g(x)=1-x-\dfrac{1}{x+1}$ ثم أحسب $\int_0^{\alpha} g(x)dx$.

ب) باستعمال المكاملة بالتجزئة بيّن أنّ: $\int_0^{\alpha} x\ln(x+1)dx=\dfrac{1}{2}\alpha^2\ln(\alpha+1)+\dfrac{1}{2}\int_0^{\alpha} g(x)dx$.

6) بين أنّ $A_\alpha=\dfrac{3\alpha^3-\alpha^2+4}{4(\alpha+1)}$ حيث A_α يمثل مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذان معادلتيهما على الترتيب $x=0$ و $x=\alpha$.

انتهى الموضوع الثاني