مديرية التربية لولاية سطيف	امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات	وزارة التربية الوطنية
المستوى: ثالثة آداب وفلسفة		ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم مزلوق
المدة: 02 ساعة و 30 د		يوم: 2022/05/16

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين 01 (06 نقاط) ⭐ (30 دقيقة)

لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r حيث : $u_2 - u_0 = 8 \quad ; \quad u_1 + u_3 = 22$

1 احسب الحد u_2 ثم الحد u_0 واستنتج الأساس r للمتتالية (u_n)

2 (ا) بين أن الحد العام للمتتالية (u_n) معرف بـ : $u_n = 3 + 4n$

(ب) حدد مع التبرير اتجاه تغير المتتالية (u_n)

3 بين أن العدد 1443 حد من حدود المتتالية (u_n) ثم حدد رتبته.

4 احسب المجموع S المعرف بـ : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{360}$

التمرين 02 (06 نقاط) ⭐ (30 دقيقة)

a و b عددان طبيعيان حيث : $a - b \equiv 5[13] \quad ; \quad a + b \equiv 9[13]$

1 (ا) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على 13

(ب) بين أن : $2a \equiv 1[13] \quad ; \quad 2b \equiv 4[13]$

(ج) استنتج أن : $a \equiv 7[13] \quad ; \quad b \equiv 2[13]$

2 (ا) أثبت أن : $b^6 \equiv -1[13]$

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $b^{12k} \equiv 1[13]$

3 (ا) تحقق أن : $2022 = 168 \times 12 + 6$

(ب) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{2022} على 13

التمرين 03 (08 نقاط) ⭐ (60 دقيقة)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -x^3 + 3x + 2$

(C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$

1 احسب $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

2 (ا) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 3(1-x)(1+x)$

(ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f'(x)$

(ج) استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على كل من $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$ و متزايدة تماما على $[-1;1]$

3 شكل جدول تغيرات الدالة f

4 (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $\quad f(x) = -(x+1)^2(x-2)$

(ب) استنتج احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

5 أثبت أن $I\,(0;2)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C)

6 بين أن : $y = 3x+2$ معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النقطة I

7 احسب $f(-2)$ ثم ارسم كلا من المماس (T) و المنحنى (C)

مديرية التربية لولاية سطيف	التصحيح النموذجي لامتحان البكالوريا التجريبي في الرياضيات	وزارة التربية الوطنية
المستوى: ثالثة آداب وفلسفة		ثانوية مولود قاسم نايت بلقاسم مزلوق
المدة: 02 ساعة و 30 د		يوم: 2022/05/16

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين 01 ☆ (06 نقاط) (30 دقيقة)

لتكن (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_0 وأساسها r حيث : $u_2 - u_0 = 8 \quad ; \quad u_1 + u_3 = 22$

1 احسب الحد u_2 ثم الحد u_0 واستنتج الأساس r للمتتالية (u_n)

الجواب:

لدينا : $\begin{cases} u_1 + u_3 = 22 \\ u_1 + u_3 = 2u_2 \end{cases}$ يكافئ : $2u_2 = 22$ و منه : $u_2 = 11$ $\boxed{0.75}$

لدينا : $u_2 - u_0 = 8$ يكافئ : $u_0 = u_2 - 8 = 11 - 8$ و منه : $u_0 = 3$ $\boxed{0.5}$

لدينا : $u_2 = u_0 + 2r$ يكافئ : $r = \dfrac{u_2 - u_0}{2} = \dfrac{11-3}{2}$ و منه : $r = 4$ $\boxed{0.75}$

2 (ا) بين أن الحد العام للمتتالية (u_n) معرف بـ : $u_n = 3 + 4n$

الجواب:

لدينا : $u_n = u_p + (n-p)r$ يكافئ : $u_n = u_0 + (n-0)(4)$

و منه : $u_n = 3 + 4n$ $\boxed{0.75}$

(ب) حدد مع التبرير اتجاه تغير المتتالية (u_n)

الجواب:

بما أن : $r = 4 > 0$ فإن : (u_n) متزايدة تماما. $\boxed{0.5}$

3 بين أن العدد 1443 حد من حدود المتتالية (u_n) ثم حدد رتبته.

الجواب:

لدينا : $3 + 4n = 1443$ يكافئ : $n = \dfrac{1443-3}{4}$ و منه : $n = 360$ $\boxed{0.75}$

رتبة العدد 1443 هي : 361 $\boxed{0.5}$

4 احسب المجموع S المعرف بـ : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{360}$

الجواب:

$$S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{360} = \frac{360-0+1}{2}(u_0 + u_{360}) = \frac{361}{2}(3 + 1443) = 261003 \quad \boxed{1.5}$$

التمرين 02 (06 نقاط) ☆ (30 دقيقة)

a و b عددان طبيعيان حيث : $a - b \equiv 5[13]$; $a + b \equiv 9[13]$

1 (ا) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على 13

الجواب:

لدينا : $\begin{cases} a - b \equiv 5[13] \\ a + b \equiv 9[13] \end{cases}$ بالضرب نجد : $a^2 - b^2 \equiv 45[13]$ و منه : $a^2 - b^2 \equiv 6[13]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^2 - b^2$ على 13 هو 6 $\boxed{1}$

(ب) بين أن : $2a \equiv 1[13]$; $2b \equiv 4[13]$

لدينا : $\begin{cases} a - b \equiv 5[13] \\ a + b \equiv 9[13] \end{cases}$ بالجمع نجد : $2a \equiv 14[13]$ و منه : $2a \equiv 1[13]$ $\boxed{0.5}$

لدينا : $\begin{cases} a - b \equiv 5[13] \\ a + b \equiv 9[13] \end{cases}$ بالطرح نجد : $2b \equiv 4[13]$ $\boxed{0.5}$

(ج) استنتج أن : $a \equiv 7[13]$; $b \equiv 2[13]$

الجواب:

لدينا : $\begin{cases} 2a \equiv 1[13] \\ 2b \equiv 4[13] \end{cases}$ بالضرب في 7 نجد : $\begin{cases} 14a \equiv 7[13] \\ 14b \equiv 28[13] \end{cases}$ ومنه : $\begin{cases} a \equiv 7[13] \\ b \equiv 2[13] \end{cases}$ $\boxed{1.5}$

2 (ا) أثبت أن : $b^6 \equiv -1[13]$

الجواب:

لدينا : $b \equiv 2[13]$ يكافئ : $b^6 \equiv 64[13]$ ومنه : $b^6 \equiv -1[13]$ $\boxed{0.5}$

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي k : $b^{12k} \equiv 1[13]$

الجواب:

لدينا : $b^6 \equiv -1[13]$ يكافئ : $b^{12} \equiv 1[13]$ ومنه : $b^{12k} \equiv 1[13]$ $\boxed{0.5}$

3 (ا) تحقق أن : $2022 = 168 \times 12 + 6$

الجواب:

باستعمال القسمة الإقليدية للعدد 2022 على 12 $\boxed{0.5}$

(ب) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{2022} على 13

الجواب:

لدينا : $\begin{cases} b^{12k} \equiv 1[13] \\ b^6 \equiv -1[13] \end{cases}$ بوضع : $k = 168$ نجد : $\begin{cases} b^{12\times168} \equiv 1[13] \\ b^6 \equiv -1[13] \end{cases}$

بالضرب نجد : $b^{12\times168+6} \equiv -1[13]$ ومنه : $b^{2022} \equiv 12[13]$

باقي القسمة الإقليدية للعدد b^{2022} على 13 هو 12 $\boxed{1}$

التمرين 03 ☆ (08 نقاط) (60 دقيقة)

الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = -x^3 + 3x + 2$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$

1 احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

الجواب:

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (-x^3) = -\infty \quad ; \quad \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (-x^3) = +\infty \quad \boxed{1}$

2 (أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 3(1-x)(1+x)$

الجواب:

لدينا : $f'(x) = -3x^2 + 3$ و : $3(1-x)(1+x) = 3(1-x^2) = 3 - 3x^2$

إذن من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 3(1-x)(1+x) \quad \boxed{1}$

(ب) ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f'(x)$

الجواب:

لدينا : $f'(x) = 0$ يكافئ : $3(1-x)(1+x) = 0$

ومنه : $x = 1$ أو : $x = -1 \quad \boxed{1}$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

(ج) استنتج أن الدالة f متناقصة تماما على كل من $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$ و متزايدة تماما على $[-1; 1]$

الجواب:

من خلال جدول الإشارة السابق نلاحظ أنه من أجل كل عدد حقيقي x من :

- المجالين $]-\infty; -1]$ و $[1; +\infty[$: $f'(x) \leq 0$ ومنه : f متناقصة تماما. $\boxed{0.25}$
- المجال $[-1; 1]$: $f'(x) \geq 0$ ومنه : f متزايدة تماما. $\boxed{0.25}$

3 شكل جدول تغيرات الدالة f

الجواب: $\boxed{0.5}$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

4 (أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -(x+1)^2(x-2)$

الجواب:

$-(x+1)^2(x-2) = (-x^2 - 2x - 1)(x-2) = -x^3 + 2x^2 - 2x^2 + 4x - x + 2 = -x^3 + 3x + 2$

إذن من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x) = -(x+1)^2(x-2) \quad \boxed{0.5}$

(ب) استنتج احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

الجواب:

لدينا : $f(x)=0$ يكافئ : $-(x+1)^2(x-2)=0$ ومنه : $x=-1$ أو : $x=2$

إذن إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل هي : $(-1;0)$ و $(2;0)$ $\boxed{1}$

5 أثبت أن $I\,(0;2)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C)

الجواب:

لدينا : $f''(x)=-6x$ و منه : $-6x=0$ يكافئ : $x=0$

x	$-\infty$ $\quad$ 0 $\quad$ $+\infty$
$f''(x)$	$+$ $\quad$ 0 $\quad$ $-$

بما أن f'' تنعدم عند 0 و تغير إشارتها فإن النقطة التي إحداثييها $I(0;2)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C) $\boxed{0.75}$

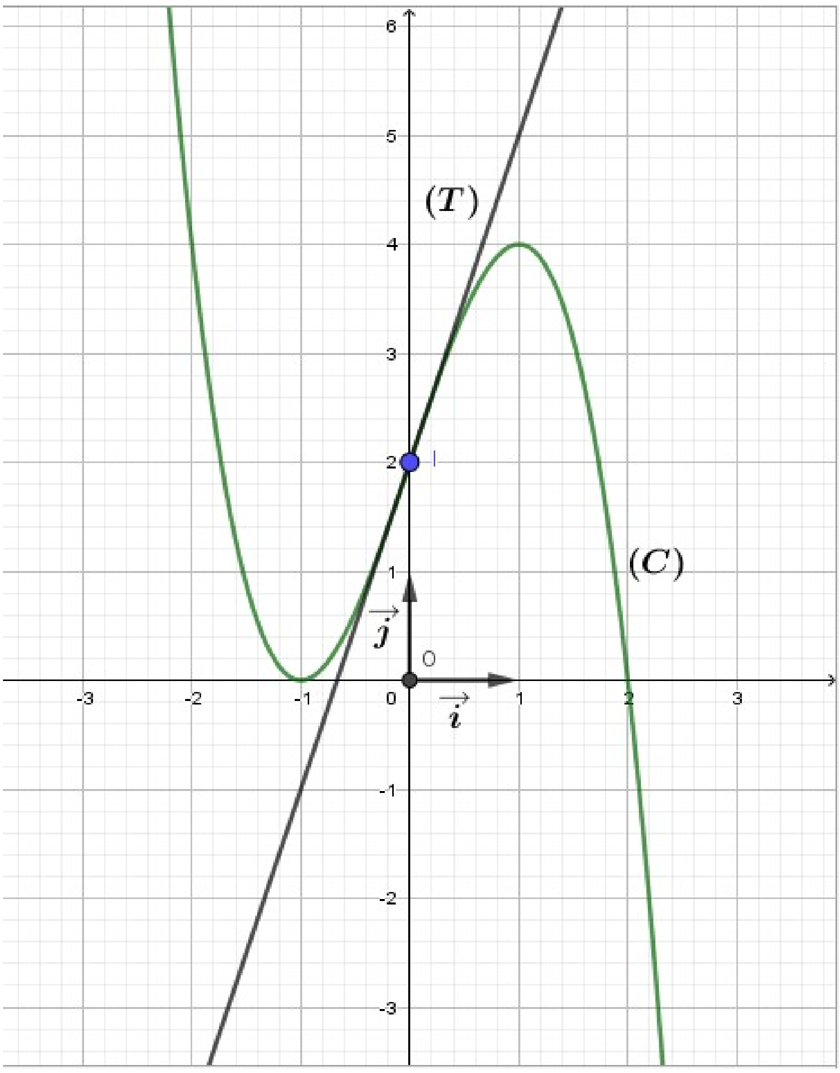
6 بين أن : $y=3x+2$ معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النقطة I

الجواب: $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)=f'(0)(x-0)+f(0)=3x+2$

و منه : $y=3x+2$ معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النقطة I $\boxed{0.75}$

7 احسب $f(-2)$ ثم ارسم كلا من المماس (T) و المنحنى (C)

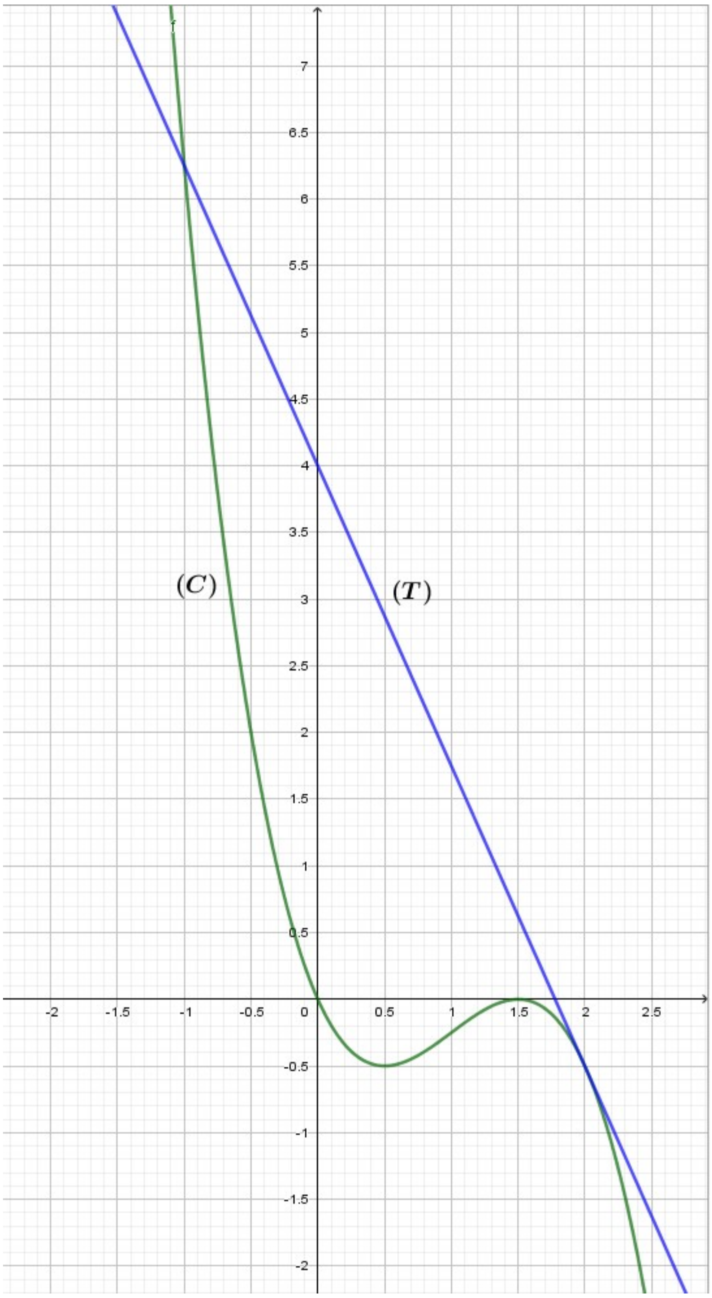
الجواب: $f(-2)=-(-2+1)^2(-2-2)=4$ $\boxed{1}$



الموضوع الثاني

التمرين 01 ☆ (08 نقاط) (60 دقيقة)

في الشكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = -x^3 + 3x^2 - \frac{9}{4}x$
والمستقيم (T) هو مماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2 حيث : $y = g(x)$ معادلة له.
- بقراءة بيانية ، عين :



1 (ا) عدد نقط تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.
(ب) إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$
(ج) عدد حلول المعادلة : $f(x) = g(x)$
- باستعمال عبارة الدالة f :

2 (ا) احسب : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
(ب) احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.
(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

3 (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x :
$$f(x) = -x\left(x - \frac{3}{2}\right)^2$$
(ب) استنتج احداثيات نقطتي تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.

4 بين أن : $g(x) = -\frac{9}{4}x + 4$

5 (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x :
$$-x^3 + 3x^2 - 4 = -(x+1)(x-2)^2$$
(ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x) = g(x)$
(ج) استنتج فواصل نقط تقاطع (C) مع (T)

6 أثبت أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها 1

7 عين بيانيا مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة : $f(x) = m$ ثلاثة حلول متمايزة.

التمرين 02 ☆ (06 نقاط) (30 دقيقة)

(v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما. حدها الأول v_1 وأساسها q حيث : $v_2 = 6 \quad ; \quad \frac{v_3}{v_1} = 4$
(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ حيث : $u_n = v_n - 1$

1 (ا) بين أن : $v_1 \times v_3 = 36$
(ب) عين الحد الأول v_1 ثم استنتج أن : $q = 2$

2 احسب u_1 و u_2

3 اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

4 (ا) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

(ب) استنتج المجموع K_n حيث : $K_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

(ج) عين قيمة n حتى يكون : $K_n + n = 381$ (لاحظ أن : $2^7 = 128$)

التمرين 03 (06 نقاط) ☆ (30 دقيقة)

a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث : $a = 6b + 10$

1 عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 6

2 بين أن a و b متوافقان بترديد 5

3 نضع : $b = 324$

(ا) تحقق أن : $a \equiv 1[7]$; $2022 \equiv -1[7]$

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{1954} - 2022^{1962}$ على 7

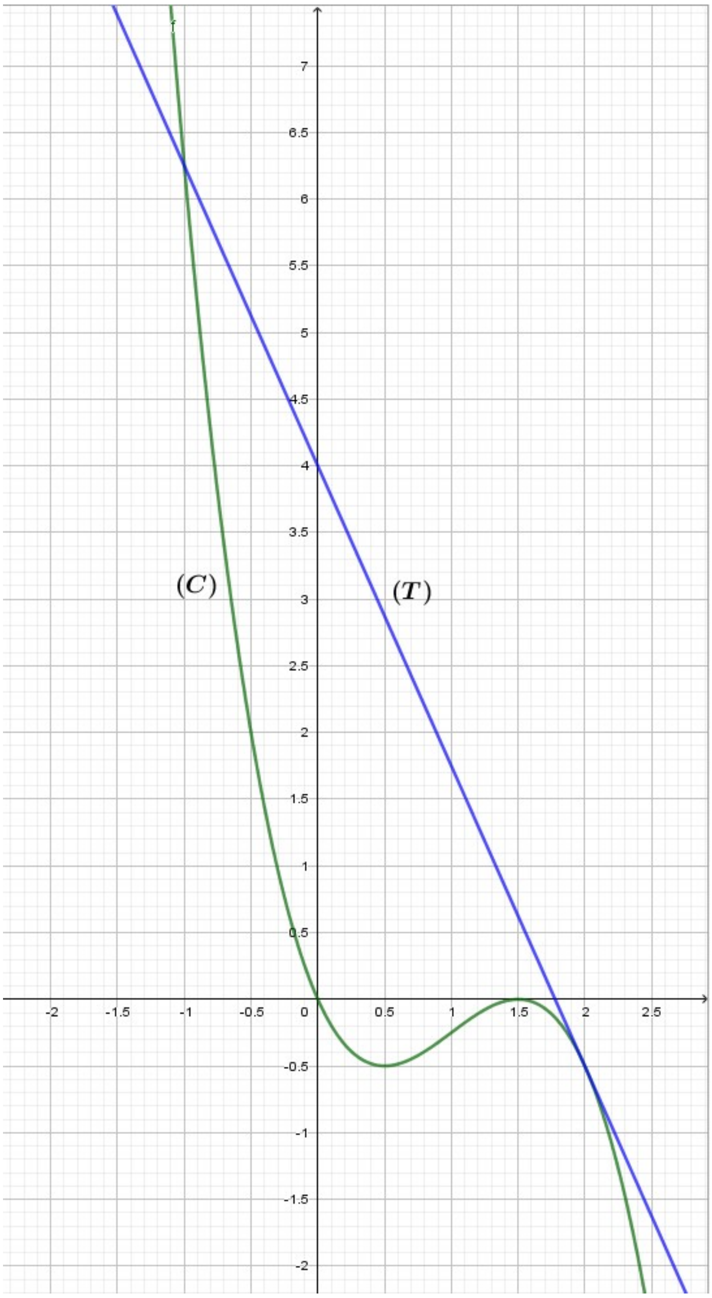
4 عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $a^{1443n} + n + 5 \equiv 0[7]$

الموضوع الثاني

التمرين 01 (08 نقاط) ⭐ (60 دقيقة)

في الشكل المقابل، المنحنى (C) هو التمثيل البياني للدلة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = -x^3 + 3x^2 - \frac{9}{4}x$

والمستقيم (T) هو مماس للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2 حيث : $y = g(x)$ معادلة له.



- بقراءة بيانية ، عين :

1 (ا) عدد نقط تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.

الجواب: نقطتان $\boxed{0.5}$

(ب) إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$

الجواب: $\boxed{0.5}$

x	$-\infty$ 0 $\frac{3}{2}$ $+\infty$
$f(x)$	$+$ 0 $-$ 0 $+$

(ج) عدد حلول المعادلة : $f(x) = g(x)$

الجواب: حلان $\boxed{0.5}$

- باستعمال عبارة الدالة f :

1 (ا) احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

الجواب:

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(-x^3) = -\infty \quad ; \quad \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(-x^3) = +\infty \qquad \boxed{0.5}$$

(ب) احسب $f'(x)$ ثم ادرس إشارتها.

الجواب:

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -3x^2 + 6x - \frac{9}{4}$

لدينا : $f'(x)=0$ يكافئ : $-3x^2+6x-\frac{9}{4}=0$ نحل المعادلة نجد :

$x=\frac{1}{2}$ أو : $x=\frac{3}{2}$ $\boxed{1}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

(ج) شكل جدول تغيرات الدالة f

الجواب: $\boxed{0.5}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{2}$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

2 (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=-x\left(x-\frac{3}{2}\right)^2$

الجواب: $-x\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=-x\left(x^2-3x+\frac{9}{4}\right)=-x^3+3x^2-\frac{9}{4}x=f(x)$ $\boxed{0.5}$

(ب) استنتج احداثيات نقطتي تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.

الجواب: لدينا : $f(x)=0$ يكافئ : $-x\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=0$ ومنه : $x=0$ أو : $x=\frac{3}{2}$

إذن إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل هي : $(0;0)$ و $\left(\frac{3}{2};0\right)$ $\boxed{0.5}$

3 بين أن : $g(x)=-\frac{9}{4}x+4$

الجواب: $g(x)=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)=f'(2)(x-2)+f(2)=-\frac{9}{4}x+4$

و منه : $g(x)=-\frac{9}{4}x+4$ $\boxed{0.5}$

4 (ا) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $-x^3+3x^2-4=-(x+1)(x-2)^2$

الجواب: $\boxed{0.5}$

$-(x+1)(x-2)^2=-(x+1)(x^2-4x+4)=-x^3+4x^2-4x-x^2+4x-4=-x^3+3x^2-4$

(ب) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $f(x)=g(x)$

الجواب:

لدينا : $f(x)=g(x)$ يكافئ : $-x^3+3x^2-\frac{9}{4}x=-\frac{9}{4}x+4$ يكافئ : $-x^3+3x^2-4=0$

يكافئ : $-(x+1)(x-2)^2=0$ و منه : $x=-1$ أو : $x=2$ $\boxed{0.75}$

(ج) استنتج فواصل نقط تقاطع (C) مع (T)

الجواب:

لدينا : $\begin{cases} g(-1)=-\frac{9}{4}(-1)+4=\frac{25}{4} \\ g(2)=-\frac{9}{4}(2)+4=-\frac{1}{2} \end{cases}$

إذن إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل هي : $\left(-1;\frac{25}{4}\right)$ و $\left(2;-\frac{1}{2}\right)$ $\boxed{0.5}$

5 أثبت أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها 1

6 لدينا : $f''(x) = -6x+6$ و منه : $-6x+6 = 0$ يكافئ : $x = 1$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f''(x)$	$+$	0	$-$

بما أن f'' تنعدم عند 1 و تغير إشارتها فإن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها 1 $\boxed{0.75}$

7 عين بيانيا مجموعة قيم الوسيط الحقيقي m التي من أجلها تقبل المعادلة : $f(x) = m$ ثلاثة حلول متمايزة.

الجواب: $\left]-\frac{1}{2};0\right[$ $\boxed{0.5}$

التمرين 02 (06 نقاط) ☆ (30 دقيقة)

(v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما. حدها الأول v_1 وأساسها q حيث : $v_2 = 6 \quad ; \quad \frac{v_3}{v_1} = 4$

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ حيث : $u_n = v_n - 1$

1 (أ) بين أن : $v_1 \times v_3 = 36$

الجواب:

لدينا : $v_2 = 6$ يكافئ : $v_2^2 = 36$ و منه : $v_1 \times v_3 = 36$ $\boxed{0.5}$

(ب) عين الحد الأول v_1 ثم استنتج أن : $q = 2$

الجواب:

لدينا : $\frac{v_3}{v_1} = 4$ يكافئ : $v_3 = 4v_1$ و لدينا أيضا : $v_1 \times v_3 = 36$

ومنه : $v_1 \times (4v_1) = 36$ يكافئ : $4v_1^2 = 36$ يكافئ : $v_1^2 = 9$ إذن : $v_1 = 3$ $\boxed{1}$

لدينا : $v_1 \times q = v_2$ يكافئ : $q = \frac{v_2}{v_1} = \frac{6}{3}$ إذن : $q = 2$ $\boxed{0.5}$

2 احسب u_1 و u_2

الجواب:

لدينا : $u_n = v_n - 1$ ومنه : $\begin{cases} u_1 = v_1 - 1 = 3 - 1 = 2 \\ u_2 = v_2 - 1 = 6 - 1 = 5 \end{cases}$ $\boxed{0.5}$

3 اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

الجواب:

لدينا : $v_n = v_p \times q^{n-p}$ يكافئ : $v_n = v_1 \times q^{n-1}$ و منه : $v_n = 3 \times 2^{n-1}$ $\boxed{0.5}$

لدينا : $u_n = v_n - 1$ و منه : $u_n = 3 \times 2^{n-1} - 1$ $\boxed{0.5}$

4 (أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

الجواب:

$$S_n = v_1 + v_2 + \cdots + v_n = \frac{v_1}{q-1}\left(q^{n-1+1} - 1\right) = \frac{3}{2-1}\left(2^n - 1\right) = 3\left(2^n - 1\right)$$ $\boxed{0.75}$

(ب) استنتج بدلالة n المجموع K_n حيث : $K_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

الجواب:

$$K_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n = v_1 - 1 + v_2 - 1 + \cdots + v_n - 1 = (v_1 + v_2 + \cdots + v_n) - 1(n - 1 + 1)$$

ومنه : $K_n = 3(2^n - 1) - n$ $\boxed{0.75}$

(ج) عين قيمة n حتى يكون : $K_n + n = 381$ (لاحظ أن : $2^7 = 128$)

الجواب:

لدينا : $K_n + n = 381$ يكافئ : $3(2^n - 1) = 381$ يكافئ : $2^n - 1 = 127$

يكافئ : $2^n = 128 = 2^7$ و منه : $n = 7$ $\boxed{1}$

التمرين 03 (06 نقاط) ☆ (30 دقيقة)

a و b عددان طبيعيان غير معدومين حيث : $a = 6b + 10$

1 عين باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 6

الجواب:

لدينا : $a = 6b + 10 = 6(b+1) + 4 = 6k + 4$ حيث : $k = b + 1$ و منه : $a \equiv 4[6]$

إذن باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 6 هو 4 $\boxed{1}$

2 بين أن a و b متوافقان بترديد 5

الجواب:

لدينا : $a - b = 6b + 10 - b = 5b + 10 = 5(b+2)$

معناه $a - b$ من مضاعفات العدد 5 ، إذن a و b متوافقان بترديد 5 $\boxed{0.5}$

3 نضع : $b = 324$

(ا) تحقق أن : $a \equiv 1[7]$; $2022 \equiv -1[7]$

الجواب:

لدينا : $\begin{cases} a = 6b + 10 = 6(324) + 10 = 1954 \\ 1954 = 279 \times 7 + 1 \end{cases}$ إذن : $a \equiv 1[7]$ $\boxed{0.75}$

لدينا : $2022 = 289 \times 7 - 1$ و منه : $2022 \equiv -1[7]$ $\boxed{0.75}$

(ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $a^{1954} - 2022^{1962}$ على 7

الجواب:

لدينا : $\begin{cases} a \equiv 1[7] \\ 2022 \equiv -1[7] \end{cases}$ يكافئ : $\begin{cases} a^{1954} \equiv 1[7] \\ 2022^{1962} \equiv 1[7] \end{cases}$ و منه : $a^{1954} - 2022^{1962} \equiv 0[7]$ $\boxed{1.5}$

4 عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون : $a^{1443n} + n + 5 \equiv 0[7]$

الجواب:

لدينا : $a \equiv 1[7]$ يكافئ : $a^{1443} \equiv 1[7]$ يكافئ : $a^{1443n} \equiv 1[7]$

و منه : $a^{1443n} + n + 5 \equiv 0[7]$ يكافئ : $1 + n + 5 \equiv 0[7]$

يكافئ : $n + 6 \equiv 0[7]$ يكافئ : $n \equiv 1[7]$

و منه : $(k \in \mathbb{N})$ $n = 7k + 1$ $\boxed{1.5}$