الجمهورية الجزائرية الديموقراطية الشعبية

مديريـــة التـــربية لولايـــة تيـارت | ثانوية الأخوين فارلو *مهدية*

إمتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي | دورة مـاي 2022

الشعبة : علوم تجريبية

إختبار في مادة : الرياضيات | المدة: 03 ساعات و نصف

على المتـرشـح أن يختـار أحـد الموضوعيـن الآتيـن:

المـوضـوع الأول

التمـرين الأول: (5 نقاط)

✍ نعتبر المُتتالية العددية (U_n) المُعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{5}{7}U_n + 1 \end{cases}$

① برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ: $2U_n < 7$.

② بيّن أنّ المُتتالية (U_n) مُتزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ، ثم إستنتج أنّها مُتقاربة.

✍ نعتبر المُتتالية (V_n) المُعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $V_n = \frac{1}{2U_n - 7}$

❶ بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ: $5V_{n+1} = 7V_n$ ، ثم إستنتج أنّ المُتتالية (V_n) هندسيّة يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

❷ أكتب V_n بدلالة n ، ثم إستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ: $U_n = \frac{1}{2}\left(7 - 3\left(\frac{5}{7}\right)^n\right)$.

❸ أحسب: $\lim_{n\to+\infty} U_n$ ، ماذا تستنتج؟

✍ نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $S = V_1U_0 + V_2U_1 + V_3U_2 + \cdots + V_{2022}U_{2021}$.

❹ بيّن أنّ: $\frac{10}{7}S = \frac{35}{6}\left(1 - \left(\frac{7}{5}\right)^{2022}\right) + 2022$ (نُلاحظ: $V_nU_n = \frac{7V_n + 1}{2}$)

التمـرين الثاني: (4 نقاط)

✍ أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التاليّة:

①: لتكن المُتتالية الحسابيّة (U_n) المُعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأوّل 0 و اساسها 2 ، العدد 2022 حد من حدود (U_n).

②: نعتبر الدّالتين F و G المُعرّفتين على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = -x + \ln(e^x + 1)$ و $G(x) = \ln(e^{-x} + 1)$ ، F و G أصليتان لنفس الدّالة.

③: (V_n) مُتتالية حسابيّة اساسها r و حدّها الأوّل V_0 ، نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $U_n = e^{V_n}$ ، المُتتاليّة (U_n) هي مُتتالية هندسيّة.

④: المُعادلة: $f(x) = -\frac{1}{16}$ تقبل حلّين بالضّبط، حيث f دالة مُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x+1)e^{2x}$.

التمـرين الثالث: (4 نقاط)

✍ صندوق يحتوي على 4 كريات بيضاء و 3 كريّات سوداء و 2 كريات حمراء و كريّة خضراء ، كل الكريّات مُتماثلة لا نفرّق بينها باللّمس ، نسحب عشوائيا و في آن واحد 4 كريّات من الصندوق.

① أحسب إحتمال كل من الأحداث التاليّة:

✪ A : الحصول على كريّة بيضاء على الأقل ✪ B : الحُصول على ثلاث كريّات من نفس اللّون.

② أحسب: $P(A \cap B)$ ، ثم إستنتج: $P_A(B)$.

✍ ليكن المُتغيّر العشوائي X الذي قيمه ترُفَق بعدد ألوان الكرات المسحوبة في كل سحبة.

❶ بيّن أنّ قيم المُتغير العشوائي X هي: $\{1;2;3;4\}$.

❷ بيّن أنّ: $P(X=2) = \frac{29}{105}$ ، ثم عرّف قانون إحتمال X ، و احسب أمله الرياضي $E(X)$.

❸ أحسب: $P(X^2 - 5X + 6 = 0)$ ، ثم عيّن قيمة العدد الحقيقي a الذي يُحقّق: $E(1954X + a) = 2022$.

التمـرين الرابع: (7 نقاط)

✍ g دالة عددية معرّفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x) = (x+1)^2 - 1 + \ln(x+1)$

① بيّن أنّ الدّالة g مُتزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$.

② أحسب $g(0)$ ، ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على $]-1;+\infty[$.

✍ f الدّالة المُعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x) = x - \frac{\ln(x+1)}{x+1}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المُستوي المنسوب إلى معلم مُتعامد و مُتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

❶ أحسب: $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ >}} f(x)$ و فسّر النتيجة هندسيا، ثم أحسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

❷ بيّن أنّ المُنحني (C_f) يقبل مُستقيما مُقاربا مائلا (Δ) ، يُطلب تعيين مُعادلة له.

❸ أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ).

❹ بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$ فإنّ: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

❺ بيّن أنّ (C_f) يقبل مماسا (T) مُوازيا للمُستقيم (Δ) ، يُطلب تعيين مُعادلة ديكارتية له.

❻ أدرس إتّجاه تغيّر الدّالة f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

❼ أنشئ (Δ), (T) و (C_f).

❽ أحسب S مِساحة الحيّز المُستوي المُحدّد بـ (C_f) و المُستقيمات التي مُعادلاتها: $x = e, x = 1$ و $y = x$.

✍ نعتبر الدّالة h المُعرّفة على المجال $\mathbb{R} - \{0\}$ بـ: $h(x) = |x| + 1 - \dfrac{\ln x^2}{2|x|}$ ، (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

❾ بيّن أنّ h دالة زوجيّة ، ثم أنشئ (C_h) إعتمادا على المنحني (C_f).

<u>إنتهى المـوضـوع الأول</u>

الموضــوع الثاني

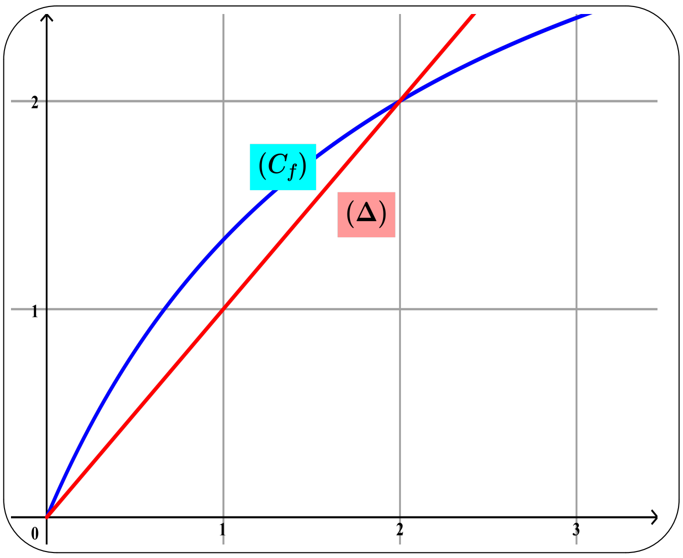
التمـرين الأوّل: (4 نقاط)

✍ لكل سُؤال جواب واحد صحيح ، عيّنه مع التبرير:

السُؤال	إقتراح –01–	إقتراح –02–	إقتراح –03–
المُتتالية العددية (U_n) المُعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $U_n=-3\left(\frac{1}{4}\right)^n$	مُتناقصة تماما	مُتزايدة تماما	ليست رتيبة
حلّ المُعادلة التفاضليّة: $y''-e^{-x}=2$ و الذي يحقّق: $y(0)=1$ و $y'(0)=1$:	$y=x^2+e^{-x}+2$	$y=x^2+e^{-x}+2x$	$y=-e^{-x}+2x$
إذا كانت: $m=2$ هي القيمة المُتوسّطة لدالة مُستمرة f على $[1;4]$ فإنّ: $I=\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=$	$I=6$	$I=4$	لا يُمكن حساب قيمته
الدّالة العددية f المُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=3x+\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$ هي دالّة	فردية	زوجية	لا فردية و لا زوجية

التمـرين الثاني: (5 نقاط)

✍ الدّالة f المُعرّفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{4x}{x+2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المُستوي المنسوب إلى معلم مُتعامد و مُتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، و نعتبر المُستقيم (Δ) ذي المُعادلة $y=x$.



① بيّن أنّ الدالة f مُتزايدة تماما على $[0;+\infty[$.

② بيّــن أنه من أجــل كل x من $[0;2]$ فإنّ: $f(x)\in[0;2]$.

③ عيّن إحداثيي نُقط تقاطع (C_f) و (Δ) على $[0;+\infty[$.

✍ نعتبر المُتتالية العدديّة (U_n) المُعرّفة على $\mathbb{N}$ ،حيث:

$U_0=1$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

❶ أنقل الشكل، ثم مثّل على حامل محور الفواصل الحُدود: U_0, U_1 و U_2 (بدون حساب).

❷ ضع تخمينا حول إتّجاه تغيّر المُتتالية (U_n) و تقاربها.

❸ برهن بالتراجع أنّه من اجل كل عدد طبيعي n فإنّ: $0 < U_n < 2$.

❹ أدرس إتّجاه تغيّر المُتتالية (U_n) ثم إستنتج أنّها مُتقاربة.

✍ نعتبر المُتتالية $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة كما يلي: $V_n = \dfrac{U_n}{2-U_n}$

❺ بيّن أنّ (V_n) مُتتالية هندسيّة أساسها 2 ، ثم أكتب V_n بدلالة n.

❻ إستنتج أنّ: $U_n = \dfrac{2}{1+\left(\dfrac{1}{2}\right)^n}$ ، ثم أحسب: $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

❼ أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = \dfrac{2}{U_0}+\dfrac{2}{U_1}+\cdots+\dfrac{2}{U_n}$.

التمـرين الثالث: (4 نقاط)

✍ يحتوي كيس على أربع كريات حمراء تحمل الرقم α ، و ثلاث كريّات خضراء تحمل الرقم $(\alpha-1)$ و كريتين ذواتا لون أبيض تحملان الرّقم 1 ، حيث α عدد طبيعي غير معدوم ، الكريات مُتماثلة و لا نفرّق بينها عند اللّمس، نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الكيس.

✪ نعتبر الحوادث التالية:

✪ A : الحصول على كريّة بيضاء على الأكثر. ✪ B : الحُصول على ثلاث كريّات تحمل نفس الرقم.

✪ C : الحُصول على كريتين من الثلاثة تحملان الرقم $(\alpha-1)$.

① بيّن أنّ: $P(A)=\dfrac{11}{12}$ ، ثم أحسب: $P(B)$ و $P(C)$.

② ما هو إحتمال الحُصول على ثلاث كريات تحمل ألوان العلم الوطني الجزائري؟.

✍ نعتبر المُتغيّر العشوائي X الذي قيمة ترفق بكل سحب مجموع الأرقام الظاهرة على الكريات الحمراء المسحوبة، و الذي يأخذ القيمة 0 إذا لم يتم سحب أي كرة حمراء.

❶ برّر أنّ القيم الممكنة لـ X هي: $\{0;\alpha;2\alpha;3\alpha\}$ ، ثم عرّف قانون إحتماله.

❷ بين أنّ الأمل الرياضي: $E(x)=\frac{4}{3}\alpha$ ، ثم عيّن قيمة α التي من أجلها: $|E(X)-1|\le 2$.

التمـرين الرابع: (7 نقاط)

✍ نعتبر الدّالة العددية g المُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (x+2)e^{x-2} - 2$

① أدرس تغيّرات الدّالة g ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

② بيّن أنّ المُعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا α حيث: $\alpha \in]1.45; 1.46[$ ، ثم إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

✍ f الدّالة العددية المُعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x^2 - x^2e^{x-2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المُستوي المنسوب إلى معلم مُتعامد و مُتجانس $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

❶ حل في $\mathbb{R}$ المُعادلة: $f(x) = 0$ ، ثم أحسب: $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

❷ بيّن أنّه من اجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $f'(x) = -xg(x)$.

❸ إستنتج إتّجاه تغير f على $\mathbb{R}$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

❹ بيّن أنّ: $f(\alpha) = \frac{\alpha^3}{\alpha - 2}$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$.

✍ ليكن (Γ) المُنحنى المُمثل للدّالة $x \mapsto x^2$ على $\mathbb{R}$.

❺ بيّن أنّ: $\lim_{x \to -\infty} [f(x) - x^2] = 0$ ، ثم فسّر النتيجة هندسيّا.

❻ أدرس الوضع النسبي بين المُنحنيين (C_f) و (Γ).

❼ عيّن معادلة لكل من المماسين (T) , (T') لـ (C_f) عند النقطتين ذواتا الفاصلتين 2 و -2 على الترتيب.

❽ أنشئ $(\Gamma), (T), (T')$ و (C_f).

❾ ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد حلول المُعادلة: $f(x) = -4x + \ln(m)$.

إنتهى المـوضـوع الثاني

الزمن	سبتمبر 2021	جوان 2022
$(\text{أنا})'$	+	
أنا	0 ↗	البـاك

كيف يمكن للبذرة أن تصدق
أن هناك شجرة ضخمة مخبأة داخلها ؟
ما تبحث عنه موجود بداخلك

◁ تمنياتي لكم بالنجاح و التوفيق في حياتكم العلمية و العملية ▷