



على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

- (u_n) متتالية حسابية معرفّة على مجموعة الأعداد الطبيعية غير المعدومة \mathbb{N}^* ب: $u_n = -\frac{2}{5}n + \frac{5}{4}$.
- 1) بيّن أنّ (u_n) متتالية حسابية يُطلب تعيين حدّها الأول u_1 وأساسها r ، استنتج اتجاه تغيّرها.
 - 2) احسب المجموع: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.
 - 3) عيّن العدد الطبيعي n بحيث: $S_n = 1$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

- لتكن الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث $a = 2021$ ، $b = 1954$ و $c = 1442$.
- 1) أ/ عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b و c على 5.
ب/ بيّن أنّ $5 \mid -1$ ، ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين b^{1962} و b^{2971} على 5.
ج/ هل العددين a و b^{1962} متوافقين بترديد 5؟ برّر إجابتك.
 - 2) أ/ عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 3^0 ، 3^1 ، 3^2 ، 3^3 و 3^4 على 5.
ب/ بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي k : $3^{4k} \equiv 1[5]$ ، ثم استنتج أنّ $3^{4k+1} \equiv 3[5]$.
ج/ تحقّق أنّ $3^{2021} \equiv 3[5]$.
 - د/ عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون $8^n - 1 \equiv 0[5]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- الدالة العددية f معرفّة على \mathbb{R} ب: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ ،
- و (C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- 1) أحسب نهاية الدالة f عند كلّ من $-\infty$ و $+\infty$.
 - 2) أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 3x(x - 2)$ ، ثم ادرس إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} .
ب. استنتج اتجاه تغيّر f ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.
 - 3) أكتب معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A التي فاصلتها 1.
 - 4) أ. تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f(x) = (x - 2)^2(x + 1)$.
ب. حلّ في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = 0$ ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) وحامل محور الفواصل.
5) ارسم كلا من (T) و (C_f) .



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

- (v_n) المتتالية الهندسية ذات الحدود الموجبة التي حدّها الأول $v_0 = \frac{1}{2}$ وحدّها الخامس $v_4 = 8$.
- 1) عيّن أساس هذه المتتالية ثمّ اكتب v_n بدلالة n .
 - 2) اثبت أنّ العدد 2048 حد في المتتالية (v_n).
 - 3) احسب بدلالة n المجموع: $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$.
 - 4) احسب المجموع: $S = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2048$.

التمرين الثاني: (07 نقاط)

- a و b عدنان صحيحان حيث $a \equiv -1[9]$ و $b = 2021$.
- 1) أ/ عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 9.
ب/ بيّن أنّ $a + 2b$ يقبل القسمة على 9.
ج/ استنتج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)^2 - 8$ على 9.
 - 2) أ/ ادرس، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 4^n على 9.
ب/ عيّن باقي القسمة الإقليدية لكل من 1962^{1442} و 1954^{2021} على 9.
ج/ تحقّق أنّ $[9] \equiv 0 \equiv 1962^{1442} + 1954^{2021} + a^{2n} - 2$.
د/ عيّن الأعداد الطبيعية n بحيث يكون $[9] \equiv 0 \equiv 4^{3n} + n - 1$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

- نعتبر f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} ب: $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x$.
- و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- 1) أحسب نهاية الدالة f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$.
 - 2) أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = (-x + 3)(x - 1)$ ، ثمّ ادرس إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} .
ب. استنتج اتجاه تغير f ، ثمّ شكّل جدول تغيراتها.
 - 3) بيّن أنّ النقطة $A\left(2; \frac{-2}{3}\right)$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f).
 - 4) أكتب معادلة لـ (D) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة A .
 - 5) احسب $f(0)$ ثمّ ارسم كلا من (D) و (C_f).

التصحيح المفصل للبرهان التحريبي/ مادة الرياضيات/ ثالثة آداب وفلسفة؛ لغات أجنبية 2021

حل الموضوع الأول

حل التمرين الأول: (05 نقاط)

لدينا: (u_n) متتالية حسابية معرفة على مجموعة الأعداد

الطبيعية غير المعدومة \mathbb{N}^* بـ: $u_n = -\frac{2}{5}n + \frac{5}{4}$.

(1) تبيان أن (u_n) متتالية حسابية يُطلب تعيين حدّها

الأول u_1 وأساسها r :

نُبين أن $u_{n+1} - u_n$ عدد ثابت:

$$u_n = -\frac{2}{5}n + \frac{5}{4}$$

ومنه:

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= -\frac{2}{5}(n+1) + \frac{5}{4} \\ &= -\frac{2}{5}n - \frac{2}{5} + \frac{5}{4} \\ &= -\frac{2}{5}n + \frac{-8+25}{20} \\ &= -\frac{2}{5}n + \frac{17}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= \left(-\frac{2}{5}n + \frac{17}{20}\right) - \left(-\frac{2}{5}n + \frac{5}{4}\right) \\ &= -\frac{2}{5}n + \frac{17}{20} + \frac{2}{5}n - \frac{5}{4} \\ &= \frac{17-25}{20} = -\frac{8}{20} = -\frac{2}{5} \end{aligned}$$

إذن: (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = -\frac{2}{5}$ وحدّها الأول

$$u_1 = -\frac{2}{5}(1) + \frac{5}{4} = -\frac{2}{5} + \frac{5}{4} = \frac{-8+25}{20} = \frac{17}{20}$$

استنتاج اتجاه تغيير (u_n) :

بما أن: (u_n) متتالية حسابية، وأساسها سالب تماما

$(r = -\frac{2}{5} < 0)$ ، فإنّها: متناقصة تماما.

(2) حساب المجموع $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$:

لدينا:

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$= (n-1+1) \left(\frac{u_1+u_n}{2}\right)$$

$$= \frac{n}{2} \left(\frac{17}{20} - \frac{2}{5}n + \frac{5}{4}\right)$$

$$= \frac{n}{2} \left(-\frac{2}{5}n + \frac{17+25}{20}\right)$$

$$= \frac{n}{2} \left(-\frac{2}{5}n + \frac{42}{20}\right)$$

$$= -\frac{1}{5}n^2 + \frac{21}{20}n$$

(3) تعيين العدد الطبيعي n بحيث $S_n = 1$:

$$-\frac{1}{5}n^2 + \frac{21}{20}n = 1$$

$$-4n^2 + 21n - 20 = 0$$

$$\Delta = (21)^2 - 4(-4)(-20)$$

$$= 441 - 320 = 121 = (11)^2$$

مميزها:

للمعادلة حلين متميزين هما:

$$n' = \frac{-21+11}{-8} = \frac{-10}{-8} = \frac{5}{4} \notin \mathbb{N}$$

$$n'' = \frac{-21-11}{-8} = \frac{-32}{-8} = 4 \in \mathbb{N}$$

$$(S_4 = 1)$$

حل التمرين الثاني: (07 نقاط)

لدينا: $a = 2021$ ، $b = 1954$ و $c = 1442$.

(1) أ/ تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b و c على 5:

$$a \equiv 1[5] \text{ لدينا: } a = 5(404) + 1$$

إذن: باقي قسمة a على 5 هو 1.

$$b \equiv 4[5] \text{ لدينا: } b = 5(390) + 4$$

إذن: باقي قسمة b على 5 هو 4.

$$c \equiv 2[5] \text{ لدينا: } c = 5(288) + 2$$

إذن: باقي قسمة c على 5 هو 2.

ب/ تبيان أن $b \equiv -1[5]$:

نُبين أن الفرق $(-1) - b$ مضاعف لـ 5:

$$b - (-1) = b + 1 = 1955 = 5(391)$$

$$b \equiv -1[5] \text{ إذن:}$$

استنتاج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين b^{2971} و b^{1962} على 5:

$$b \equiv -1[5] \text{ لدينا:}$$

$$b^{2971} \equiv (-1)^{2971}[5] \text{ ومنه:}$$

$$b^{2971} \equiv -1[5] \text{ وعليه: (لأن: 2971 عدد فردي)}$$

$$b^{2971} \equiv 4[5] \text{ ويكون:}$$

إذن: باقي قسمة b^{2971} على 5 هو 4.

$$b \equiv -1[5] \text{ لدينا:}$$

$$b^{1962} \equiv (-1)^{1962}[5] \text{ ومنه:}$$

$$b^{1962} \equiv 1[5] \text{ وعليه: (لأن: 1962 عدد زوجي)،}$$

إذن: باقي قسمة b^{1962} على 5 هو 1.

ج/ دراسة توافق العددين a و b^{1962} بترديد 5، مع تبرير

الإجابة:

$$\text{لدينا: } \begin{cases} a \equiv 1[5] \\ b^{1962} \equiv 1[5] \end{cases} \text{ إذن: } a \equiv b^{1962}[5]$$

(2) أ/ تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد 3^0 ، 3^1 ، 3^2 ، 3^3 و 3^4 على 5:

$$3^0 \equiv 1[5] \text{ ومنه: باقي قسمة } 3^0 \text{ على 5 هو 1.}$$

$$3^1 \equiv 3[5] \text{ ومنه: باقي قسمة } 3^1 \text{ على 5 هو 3.}$$

$$3^2 \equiv 4[5] \text{ ومنه: باقي قسمة } 3^2 \text{ على 5 هو 4.}$$

$$3^3 \equiv 2[5] \text{ ومنه: باقي قسمة } 3^3 \text{ على 5 هو 2.}$$

$$3^4 \equiv 1[5] \text{ ومنه: باقي قسمة } 3^4 \text{ على 5 هو 1.}$$

ب/ تبيان أنه من أجل كل عدد طبيعي k ، $3^{4k} \equiv 1[5]$:

$$\text{لدينا: } 3^4 \equiv 1[5] \text{ ومنه: } (3^4)^k \equiv (1)^k[5]$$

$$3^{4k} \equiv 1[5] \text{ وعليه:}$$

استنتاج أن $3^{4k+1} \equiv 3[5]$:

$$\text{لدينا: } \begin{cases} 3^{4k} \equiv 1[5] \\ 3^1 \equiv 3[5] \end{cases} \text{ ومنه: } 3^{4k} \times 3^1 \equiv (1 \times 3)[5]$$

$$\begin{cases} f'(1) = 3(1)^2 - 6(1) = -3 \\ f(1) = (1)^3 - 3(1)^2 + 4 = 2 \end{cases} \text{ ولدینا:}$$

وبالتعویض نجد: $y = -3(x - 1) + 2$
ومنه: $y = -3x + 3 + 2$
إذن: $(T): y = -3x + 5$

4. أ. التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ,

$$f(x) = (x - 2)^2(x + 1)$$

$$\begin{aligned} (x - 2)^2(x + 1) &= (x^2 - 4x + 4)(x + 1) \\ &= x^3 + x^2 - 4x^2 - 4x + 4x + 4 \\ &= x^3 - 3x^2 + 4 = f(x) \end{aligned}$$

ب. حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) = 0$

$$(x - 2)^2(x + 1) = 0 \text{، تكافئ: } f(x) = 0$$

$$\text{ومنه: } (x - 2)^2 = 0 \text{ أو } x + 1 = 0$$

$$\text{وعليه: } x - 2 = 0 \text{ أو } x = -1$$

$$\text{وبالتالي: } x = 2 \text{ أو } x = -1$$

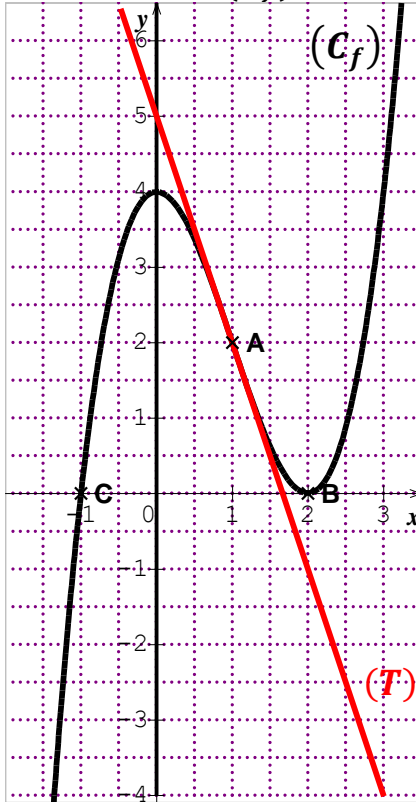
$$\text{إذن: } S = \{2; -1\}$$

استنتاج نقط تقاطع (C_f) وحامل محور الفواصل:

(C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين $B(2; 0)$ و

$C(-1; 0)$.

5. رسم كلا من (C_f) و (T) :



حل الموضوع الثاني

حل التمرين الأول: (05 نقاط)

لدينا: (v_n) المتتالية الهندسية ذات الحدود الموجبة التي

$$\text{حدّها الأول } v_0 = \frac{1}{2} \text{ و حدّها الخامس } v_4 = 8.$$

1. تعيين أساس هذه المتتالية:

$$\text{نعلم أنّ: } v_n = v_0 \times q^n \text{، ومنه: } v_4 = v_0 \times q^4$$

$$3^{4k+1} \equiv 3[5] \text{ أي:}$$

$$3^{2021} \equiv 3[5] \text{ ج/ التحقّق أنّ}$$

$$\text{لدينا: } 2021 = 4(505) + 1 \text{ من الشكل } 4k + 1$$

$$\text{إذن: } 3^{2021} \equiv 3[5]$$

د/ تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون $8^n - 1 \equiv 0[5]$

$$\text{لدينا: } 8^n - 1 \equiv 0[5] \text{ تُكافئ: } 3^n - 1 \equiv 0[5]$$

$$\text{ومنه: } 3^n \equiv 1[5]$$

وحسب نتيجة السؤال 2) ب/، فإن: $n = 4k$ ($k \in \mathbb{N}$).

حل التمرين الثالث: (08 نقاط)

$$\text{لدينا: } f(x) = x^3 - 3x^2 + 4 \text{ و } D_f = \mathbb{R}$$

و (C_f) التمثيل البياني لـ f في المستوي المنسوب إلى المعلم

المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. حساب نهاية الدالة f عند كل من $-\infty$ و $+\infty$:

$$\text{لدينا: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3) = -\infty$$

$$\text{و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3) = +\infty$$

2. تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x ,

$$f'(x) = 3x(x - 2)$$

$$\text{لدينا: } f'(x) = 3x^2 - 6x$$

$$\text{ولدينا من جهة أخرى: } 3x(x - 2) = 3x^2 - 6x$$

$$\text{إذن: } f'(x) = 3x(x - 2)$$

دراسة إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} :

الطريقة 01:

$$\text{(في حالة } f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2) \text{)}$$

$$\text{نضع: } f'(x) = 0 \text{، نجد: } 3x^2 - 6x = 0$$

$$\text{أي: } 3x(x - 2) = 0$$

$$\text{ومنه: } x = 0 \text{ أو } x - 2 = 0$$

$$\text{وعليه: } x = 0 \text{ أو } x = 2$$

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	○	-	○	+

ب. استنتاج اتجاه تغير f ، ثم تشكيل جدول تغيراتها:

الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 0]$ و

$[2; +\infty[$ ، ومتناقصة تماما على المجال $[0; 2]$ ؛

ويكون جدول تغيراتها كالتالي:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	○	-	○	+
$f(x)$		4		$+\infty$	
	$-\infty$		0		

$$\text{حيث: } f(0) = (0)^3 - 3(0)^2 + 4 = 4$$

$$\text{و } f(2) = (2)^3 - 3(2)^2 + 4 = 8 - 12 + 4 = 0$$

3. كتابة معادلة لـ (T) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة

A التي فاصلتها 1:

$$\text{معادلة } (T) \text{ من الشكل } y = f'(1)(x - 1) + f(1)$$

2/أ) دراسة، حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة 4^n

على 9:

$$\text{لدينا: } 4^0 \equiv 1[9]$$

$$4^1 \equiv 4[9]$$

$$4^2 \equiv 7[9]$$

$$4^3 \equiv 1[9]$$

ومنهن: بواقي قسمة 4^n على 9 تُشكل متتالية دورية، دورها 3 وبالتالي:

$n =$	$3k$	$3k + 1$	$3k + 2$	$k \in \mathbb{N}$
$4^n \equiv$	1	4	7	[9]

ب/ تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من 1962^{1442}

و 1954^{2021} على 9:

$$\text{لدينا: } 1962 \equiv 0[9]$$

$$\text{ومنهن: } 1962^{1442} \equiv 0^{1442}[9]$$

$$\text{أي: } 1962^{1442} \equiv 0[9] \text{، إذن: باقي قسمة } 1962^{1442}$$

$$\text{لدينا: } 1954 \equiv 1[9]$$

$$\text{ومنهن: } 1954^{2021} \equiv 1^{2021}[9]$$

$$\text{أي: } 1954^{2021} \equiv 1[9] \text{، إذن: باقي قسمة } 1954^{2021}$$

$$\text{لدينا: } 1954^{2021} \equiv 1[9]$$

$$\text{ومنهن: } 1954^{2021} \equiv 1[9]$$

ج/ التحقق أن

$$1962^{1442} + 1954^{2021} + a^{2n} - 2 \equiv 0[9]$$

لدينا:

$$1962^{1442} + 1954^{2021} + a^{2n} - 2 \equiv (0 + 1 + (-1)^{2n} - 2)[9]$$

ومنهن:

$$1962^{1442} + 1954^{2021} + a^{2n} - 2 \equiv (1 + 1 - 2)[9]$$

$$(لأن: $2n$ عدد زوجي)$$

$$\text{أي: } 1962^{1442} + 1954^{2021} + a^{2n} - 2 \equiv 0[9]$$

د/ تعيين الأعداد الطبيعية n بحيث يكون $4^{3n} + n - 1 \equiv 0[9]$

$$4^{3n} + n - 1 \equiv 0[9] \text{ تكافئ: } 1 + n - 1 \equiv 0[9]$$

$$\text{ومنهن: } n \equiv 0[9]$$

$$\text{إذن: } n = 9k \text{ (حيث } k \in \mathbb{N})$$

حل التمرين الثالث: (08 نقاط)

$$\text{لدينا: } f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x \text{ و } D_f = \mathbb{R}$$

و (C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى

المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) حساب نهاية الدالة f عند كل من $+\infty$ و $-\infty$:

$$\text{لدينا: } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{1}{3}x^3\right) = +\infty$$

$$\text{و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{3}x^3\right) = -\infty$$

2. أ. تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x) = (-x + 3)(x - 1)$$

$$\text{لدينا: } f'(x) = -x^2 + 4x - 3$$

ولدينا من جهة أخرى:

$$(-x + 3)(x - 1) = -x^2 + x + 3x - 3$$

$$\text{بالتعويض نجد: } 8 = \frac{1}{2} \times q^4$$

$$\text{ويكون: } q^4 = 16 = 2^4 \text{، إذن: } q = 4$$

كتابة v_n بدلالة n :

$$\text{لدينا: } v_n = v_0 \times q^n \text{، ومنهن: } v_n = \frac{1}{2} \times 2^n$$

2) اثبات أن العدد 2048 حد في المتتالية (v_n) :

$$\text{نضع: } v_n = 2048 \text{، نجد: } \frac{1}{2} \times 2^n = 2048$$

$$\text{ومنهن: } 2^n = 4096$$

$$\text{وعليه: } 2^n = 2^{12}$$

$$\text{وبالتالي: } n = 12 \text{ (حيث } v_{12} = 2048)$$

إذن: 2048 حد من حدود المتتالية (v_n) .

3) حساب بدلالة n المجموع $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$:

$$\text{لدينا: } S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$$

$$= v_1 \left(\frac{1 - q^{n-1+1}}{1 - q} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 2^1 \right) \left(\frac{1 - 2^n}{1 - 2} \right) = 2^n - 1$$

4) حساب المجموع $S = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2048$:

$$\text{لدينا: } S = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2048$$

$$= v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + \dots + v_{12}$$

$$= 2^{12} - 1$$

$$= 4096 - 1 = 4095$$

حل التمرين الثاني: (07 نقاط)

لدينا: a و b عدنان صحيحان حيث $a \equiv -1[9]$

$$\text{و } b = 2021$$

1) تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين a و b على 9:

$$\text{لدينا: } a \equiv -1[9] \text{، ومنهن: } a \equiv (-1 + 9)[9]$$

$$\text{أي: } a \equiv 8[9]$$

إذن: باقي قسمة a على 9 هو 8.

$$\text{لدينا: } b = 9(224) + 5 \text{، أي: } b \equiv 5[9]$$

إذن: باقي قسمة b على 9 هو 5.

ب/ تبين أن $a + 2b$ يقبل القسمة على 9:

$$\text{لدينا: } a + 2b \equiv (-1 + 2(5))[9]$$

$$\text{ومنهن: } a + 2b \equiv 9[9]$$

$$\text{وعليه: } a + 2b \equiv 0[9] \text{، إذن: } a + 2b \text{ يقبل القسمة على 9.}$$

ج/ استنتاج باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)^2 - 8$ على 9:

$$\text{لدينا: } (a + 2b)^2 - 8 \equiv ((0)^2 - 8)[9]$$

$$\text{ومنهن: } (a + 2b)^2 - 8 \equiv -8[9]$$

$$\text{وعليه: } (a + 2b)^2 - 8 \equiv (-8 + 9)[9]$$

$$\text{أي: } (a + 2b)^2 - 8 \equiv 1[9]$$

إذن: باقي القسمة الإقليدية للعدد $(a + 2b)^2 - 8$ على 9 هو 1.

نلاحظ أن $f''(x)$ تنعدم عند 2، وتُغيّر إشارتها إذن: النقطة

$$A(2; -\frac{2}{3}) \text{ أي } A(2; f(2)) \text{ نقطة انعطاف لـ } (C_f).$$

$$(f(2) = -\frac{1}{3}(2)^3 + 2(2)^2 - 3(2) = -\frac{2}{3} \text{ لأن:})$$

4 كتابة معادلة لـ (D) المماس للمنحنى (C_f) في النقطة

أ:

معادلة (D) من الشكل $y = f'(2)(x - 2) + f(2)$ ،

$$\begin{cases} f'(2) = -(2)^2 + 4(2) - 3 = 1 \\ f(2) = -\frac{2}{3} \end{cases} \text{ لدينا: (ترتيب } A)$$

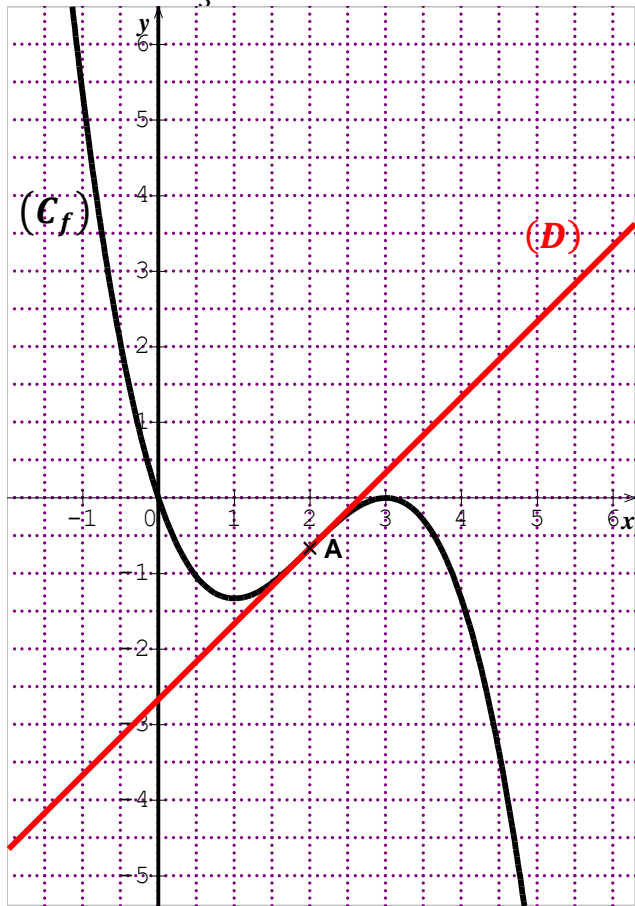
وبالتعويض نجد: $y = 1(x - 2) - \frac{2}{3}$

$$\text{ومنه: } y = x + \frac{-6-2}{3}$$

$$\text{إذن: } (D): y = x - \frac{8}{3}$$

5 حساب $f(0)$ ثم رسم كلا من (D) و (C_f) :

$$\text{لدينا: } f(0) = -\frac{1}{3}(0)^3 + 2(0)^2 - 3(0) = 0$$



$$= -x^2 + 4x - 3$$

$$\text{إذن: } f'(x) = (-x + 3)(x - 1)$$

دراسة إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} :

الطريقة 01: (في حالة $f'(x) = -x^2 + 4x - 3$)

$$\text{نضع: } f'(x) = 0 \text{ نجد: } -x^2 + 4x - 3 = 0$$

$$\Delta = (4)^2 - 4(-1)(-3)$$

$$= 16 - 12 = 4 = (2)^2$$

للمعادلة حلين متميزين هما:

$$x' = \frac{-4+2}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3 \text{ و } x' = \frac{-4-2}{2(-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	-	○	+	○	-

الطريقة 02: (في حالة $f'(x) = (-x + 3)(x - 1)$)

$$\text{نضع: } f'(x) = 0 \text{ نجد: } (-x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\text{ومنه: } -x + 3 = 0 \text{ أو } x - 1 = 0$$

$$\text{وعليه: } x = 3 \text{ أو } x = 1$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	-	○	+	○	-

ب. استنتاج اتجاه تغير f ، ثم تشكيل جدول تغيراتها:

الدالة f متناقصة تماما على كل من المجالين $]-\infty; 1]$

و $[3; +\infty[$ ، و متزايدة تماما على المجال $[1; 3]$ ؛

ويكون جدول تغيراتها كالتالي:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	-	○	+	○	-
$f(x)$	$+\infty$		0	$-\infty$	

\swarrow $-\frac{4}{3}$ \searrow

$$\text{حيث: } f(1) = -\frac{1}{3}(1)^3 + 2(1)^2 - 3(1)$$

$$= -\frac{1}{3} + 2 - 3 = \frac{-1+6-9}{3} = \frac{-4}{3}$$

$$\text{و } f(3) = -\frac{1}{3}(3)^3 + 2(3)^2 - 3(3)$$

$$= -\frac{1}{3}(27) + 2(9) - 9$$

$$= -9 + 18 - 9 = 0$$

3 تبيان أن النقطة $A(2; -\frac{2}{3})$ هي نقطة انعطاف للمنحنى

أ:

$$\text{لدينا: } f''(x) = -2x + 4$$

إشارة $f''(x)$:

$$\text{نضع: } f''(x) = 0 \text{ نجد: } -2x + 4 = 0$$

$$\text{ومنه: } x = \frac{-4}{-2} = 2$$

وبالتالي:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f''(x)$	+	○	-

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	-	○	+	○	-
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{-4}{3}$	0	$-\infty$	

x	$-\infty$	2	$+\infty$	
$f''(x)$		+	○	-