الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ولاية تلمسان
ثانوية بوحميدي الطاهر - أولاد ميمون

إمتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي
دورة : ماي2022

الشعبة: علوم تجريبية

أستاذ المادة: شعبان أسامة

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: 3 ساعات**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين.

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

1. قيمة العدد الطبيعي n التي تحقق $9C_n^2 = 2C_{2n}^2$ هي:

أ- 5 ب- 6 ج- 7

2. x عدد حقيقي تكون الأعداد $x-2$ ، x و $x+1$ بهذا الترتيب حدود ا متعاقبة لمتتالية هندسية اذا كان :

أ- $x=3$ ب- $x=5$ ج- $x=-2$

3. من أجل كل n عدد طبيعي المجموع S_n حيث $S_n = 1+e+e^2+...+e^n$ يساوي:

أ- $S_n = \dfrac{e^{n+1}-1}{e-1}$ ب- $S_n = \dfrac{e^n+1}{e-1}$ ج- $S_n = e\left(\dfrac{e^{n+1}-1}{e-1}\right)$

4. حل المعادلة التفاضلية $y' = -2y+4$ هي الدالة f التي تحقق $f(\ln 2) = \dfrac{5}{2}$ و المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

أ- $f(x) = -2e^{-2x}+2$ ب- $f(x) = 2e^{-2x}-2$ ج- $f(x) = 2e^{-2x}+2$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

نعتبر المتتاليتان (u_n) و (v_n) المعرفتين على $\mathbb{N}$ حيث: $u_0 = 1$ و $v_0 = 2$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + \frac{1}{4}v_n \quad \text{و} \quad v_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + \frac{3}{4}v_n$$

1) لتكن المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $w_n = v_n - u_n$

أ - بين أن المتتالية (w_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ و حدها الأول w_0 يطلب حسابه.

ب - اكتب بدلالة n عبارة الحد العام w_n ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} w_n$.

ج - استنتج إشارة w_n ثم استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n \geq u_n$.

2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما والمتتالية (v_n) متناقصة تماما.

3) بين أن المتتاليتين (u_n) و (v_n) متقاربتان نحو نفس النهاية ℓ .

4) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $v_n + u_n = 3$

ب - استنتج النهاية ℓ .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\left(\frac{x-1}{x}\right)\ln(x)$.

1. بين أن: $H:x\mapsto \frac{1}{2}(\ln x)^2$ دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto \frac{1}{x}\ln(x)$. ثم بين أن : $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x}dx=\frac{1}{2}$

2. باستعمال مكاملة بالتجزئة أثبت ان: $\int_1^e \ln(x)dx=1$

3. تحقق أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ ، $f(x)=\ln(x)-\frac{\ln(x)}{x}$.

4. أ- احسب العدد I حيث $I=\int_1^e f(x)dx$

ب- فسر قيمة العدد I هندسيا.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{-1}{2}e^{-2x}+3e^{-x}+2x-3$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. بين أن $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2. أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي ، $f'(x)=(e^{-x}-1)(e^{-x}-2)$.

ب- أدرس اشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=2x-3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب-أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ) .

4. أكتب معادلة ل (T) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $-\ln 3$.

5. أنشئ (Δ) و (T) ثم (C_f)

6. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\frac{-1}{2}e^{-2|x|}+3e^{-|x|}+2|x|-3$

تمثيلها البياني في المعلم السابق (C_g).

بين أن g دالة زوجية ثم أنشئ (C_g) .

7- h الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ كمايلي: $h(x)=f(-\ln x)$.

دون حساب عبارة $h(x)$ أدرس اتجاه تغير h ثم شكل جدول تغيراتها.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

بين صحة أو خطأ كل من الجمل التالية مع التعليل:

1. نهاية الدالة $x \mapsto \ln(e^x+4)$ عند $-\infty$ تساوي: $2\ln 2$.

2. الدالة $x \mapsto e^{-2x}$ هي حل للمعادلة التفاضلية: $2y - y' = 0$.

3. القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[0;1]$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $f(x) = -e^{-3x+1} + x$ هي : $m = \dfrac{2e^{-2}+1}{6}$.

4. في المستوي المنسوب الى المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ ، مركز تناظر منحنى الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{2\}$ كمايلي:

$f(x) = \dfrac{2x^2-3x-1}{x-2}$. هو النقطة : $A(2;1)$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(u_n) و (v_n) المتتاليتان العدديتان المعرفتان كما يلي: $u_0 = e-1$ و من أجل كل عدد طبيعي n ،

$$u_{n+1} = \frac{(e-1)u_n - 1}{u_n+1+e} \quad \text{و} \quad v_n = \frac{1}{u_n+1}$$

1. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}+1 = \dfrac{e(u_n+1)}{u_n+1+e}$

ب- برهن بالتراجع نه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n \succ -1$.

2. أ-أدرس اتجاه تغير (u_n) .

ب-استنتج أن (u_n) متتالية متقاربة.

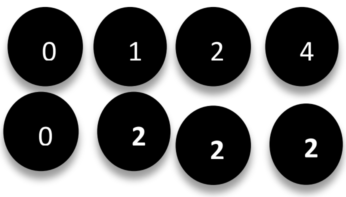
3. أ-برهن ان (v_n) متتالية حسابية أساسها $\dfrac{1}{e}$ يطلب تعيين حدها الأول v_0 .

ب-أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4-احسب العدد P_n حيث: $P_n = \left(v_1 - \dfrac{1}{e}\right)\times\left(v_2 - \dfrac{1}{e}\right)\times\ldots\times\left(v_n - \dfrac{1}{e}\right)$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على ثماني(08) كرات لا يمكن التميز بينها باللمس و تحمل كل واحدة منها عددا كما هو موضح في الشكل المقابل:



نسحب عشوائيا و في أن واحد ثلاث كرات من الصندوق.

1. نعتبر الحدث A :"من بين الكرات الثلاثة المسحوبة لا توجد أي كرة تحمل العدد 0".

الحدث B :"جداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاثة المسحوبة يساوي 8".

بين أن: $P(A)=\frac{5}{14}$ و أن: $P(\text{B})=\frac{1}{7}$ ثم استنتج قيمة $P_B(A)$

2.ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بجداء الأعداد التي تحملها الكرات الثلاثة المسحوبة.

أ-بين أن: $P\left(X=16\right)=\frac{3}{28}$.

ب-الجدول المرفق أسفله يتعلق بقانون الاحتمال المتغير العشوائي .

أتمم الجدول معللا اجابتك.

x_i	0	4	8	16
$P\left(X=x_i\right)$	....	....	....	$\frac{3}{28}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I.نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي: $f(x)=\ln\left(x\right)+1-\frac{1}{x}$

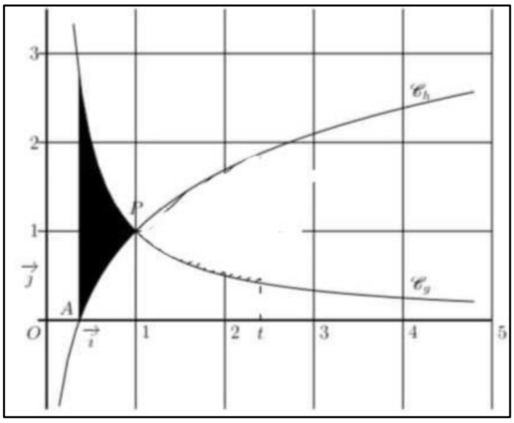
1. أحسب نهايتي الدالة f .

2.أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. احسب $f(1)$ ثم استنتج حسب قيم x على المجال $]0;+\infty[$ اشارة $f(x)$.

4. بين ان الدالة F المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بالعبارة: $F(x)=x\ln(x)-\ln(x)$ دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

5. بين أن الدالة F متزايدة تماما على $]1;+\infty[$.



6.بين أن المعادلة $F(x)=1-\frac{1}{e}$ تقبل حلا وحيدا α على المحال $]1;+\infty[$.

II.لتكن الدالتان g و h المعرفتان على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{1}{x}$ و $h(x)=\ln(x)+1$. $\left(C_g\right)$ و $\left(C_h\right)$ تمثيلهما البياني على الترتيب في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ كما هو موضح في الشكل المقابل

1. A هي نقطة تقاطع المنحنى $\left(C_h\right)$مع محور الفواصل و P هي نقطة تقاطع المنحنيين $\left(C_g\right)$ و $\left(C_h\right)$. عين فاصلة النقطة A ثم بين أن احداثيتي النقطة $P\left(1;1\right)$.

نرمز δ الى مساحة الحيز المحدد بالمنحنيين $\left(C_g\right)$ و $\left(C_h\right)$ و المستقيمين اللذان معادلتها: $x=1$ و $x=\frac{1}{e}$.

أ- عبر عن δ بدلالة الدالة f .

ب- بين أن $\delta=1-\frac{1}{e}$.

انتهى الموضوع الثاني