متقن لغريسي عبد العالي .الجلفة. دورة ماي 2022

القسم : 3 تسيير واقتصاد ونصف المدة : 03 ساعة

امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول:

التمرين الأول:

(u_n) متتالية عددية معرّفة بـــ : $u_0 = -2$. ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2u_n + 3$.

I) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n = u_n + \alpha$ ، حيث α عدد حقيقي غير معدوم.

1) عيّن قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 .

II) نعتبر في كل مما يلي : $\alpha = 3$.

1) أُكتب v_n و u_n بدلالة n .

2) لتكن المتتالية (w_n) المعرفة بـــ : من أجل كل عدد طبيعي n ، $w_n = \ln(v_n)$.

ا) بيّن أن (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها .

3) ب) استنتج أن من أجل كل عدد طبيعي n : $v_0 \times v_1 \times \cdots \times v_n = (2)^{\frac{n(n+1)}{2}}$.

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $D = \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}, 2\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{4x^2-5x}{2x^2-5x+2}$

(Cf) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (o,i,j)

1- أحسب نهايات الدالة f عند أطراف D

2- أكتب معادلة لكل من المستقيمات المقاربة للمنحنى (Cf).

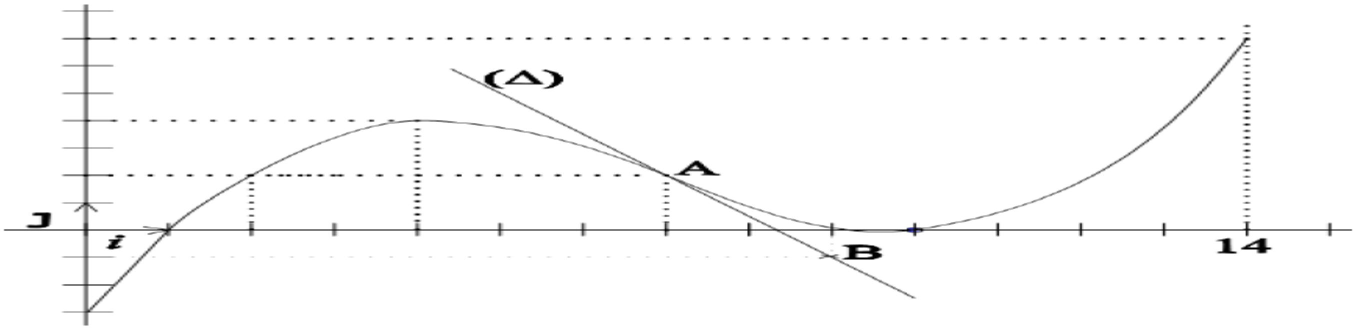
3- أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4- أكتب معادلة مماس المنحنى (Cf) عند النقطة التي فاصلتها 0.

5- عين إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (Cf) و حامل محور الفواصل. أرسم (Cf) في المعلم السابق.

التمرين الثالث:

f دالة معرفة على المجال $[0,14]$. (Cf) هو المنحنى البياني الممثل لها في معلم متعامد و متجانس (o,i,j) في الشكل أدناه



A- بقراءة بيانية:

1. شكل جدول تغيرات الدالة f
2. عين إشارة $f(x)$. أحسب $f(4)$ ، $f\,`(4)$ و $f(10)$
3. حل بيانيا المعادلة: $f(x)=2$ و المتراجحة $f(x)<2$
4. عين $f(7)$ و $f\,`(7)$ ثم أكتب معادلة المستقيم (Δ) ، كيف تسمى النقطة A ؟

B- نعتبر الدالة g كما يلي: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$ حيث f هي الدالة السابقة.

1. عين مجموعة تعريف الدالة g
2. شكل جدول تغيرات الدالة g

التمرين الرابع:

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^{x-2}+1-x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=x-1+\frac{x}{e^{x-2}}$

(C_f) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (وحدة الطول $1\,cm$).

1) أ) احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

ب) اثبت أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

جـ) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d).

2) اثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x-2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها α حيث $0{,}1<\alpha<0{,}2$

ب) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثياتها.

جـ) عين معادلة المماس (T) الذي يوازي المستقيم (d).

4) ارسم (d) , (T) و (C_f).

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:

في أول يناير من سنة 2005 بلغ عدد سكان مدينة 100000نسمة كل سنة يتزايد عدد السكان 5%

اخذ بعين الاعتبار المواليد الجدد والموتى هناك 4000 مهاجر يمكنهم الإقامة كل سنة في هذه المدينة

من اجل كل عدد طبيعي n نسمي U_n عدد عمال المؤسسة في 1 يناير سنة$(2005+n)$

1) ا) احسب $U_2;U_1;U_0$ هل المتتالية (U_n) حسابية ؟ هندسية ؟ برر إجابتك

ب)بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=1,05U_n+4000$

2) من اجل كل عدد طبيعي n نضع : $V_n=U_n+80000$

3)ا)اثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها q وحدها الأول

ب)اكتب عبارة الحد العام V_nبدلالة n استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n=180000\times(1.05)^n-80000$

ج) قدر عدد السكان سنة 2018

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}$.

1) احسب u_1 ، u_2 ، u_3 وضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $0\le u_n\le 1$.

ب) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما،هل المتتالية (u_n)متقاربة؟.

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n+1$.

- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
- عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم أحسب نهاية كل منهما و ماذا تستنتج؟

4) أحسب بدلالة n كل من : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+...+u_n$.

التمرين الثالث:

مؤسسة صناعية تنتج يوميا q وحدة من منتوج بكلفة إجمالية معطاة بالعلاقة

$C(q)=3q^2+50q+2700$ (مقدرة بـ DA)

1- أحسب بدلالة q الكلفة المتوسطة $C_M(q)$ لصنع q وحدة. ($C_M=\frac{C(q)}{q}$)

2- أ) أحسب $C'_M(q)$ الدالة المشتقة لدالة $C_M(q)$ ثم تحقق أن

$$C'_M(q)=\frac{3(q-30)(q+30)}{q2}$$

ب) كيف تتغير الكلفة المتوسطة بدلالة q؟

شكل جدول تغيرات الدالة C_M على $]0,+\infty[$

ج) استنتج عدد الوحدات المنتجة يوميا بأقل كلفة متوسطة ، حدد هذه الكلفة المتوسطة.

التمرين الرابع:

I) ليكن جدول تغيرات الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2-1+\ln x$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

باستعمال جدول التغيرات حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم x.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

أ - عين $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ فسر النتيجة هندسيا، ثم عين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب- بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ)

ج - بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

د - انشئ المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f)

و - احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمات $x=1$ ، $x=e$
$y=x-1$