

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (06 نقاط)

- عيّن في كل حالة من الحالات التالية الاقتراح الصحيح من بين الاقتراحات المقدمة مع التبرير:

(1) الأعداد : $\frac{1}{4}$ ، $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ تمثل حدودا متتابعة من متتالية :

(a) حسابية (b) هندسية (c) لاحسابية ولا هندسية

(2) الحد الذي يساوي 2017 من المتتالية (u_n) المعرفة على IN^* بحددها العام $u_n = 2n-3$ ، رتبته هي :

(a) 4031 (b) 1010 (c) 4028

(3) عبارة الحد العام للمتتالية الهندسية (v_n) ، التي حدها الأول $v_0 = 2$ و أساسها $q = -\frac{3}{2}$:

(a) $v_n = (-\frac{3}{2})(2)^n$ (b) $v_n = 2(-\frac{3}{2})^n$ (c) $v_n = -2(\frac{3}{2})^n$

(4) إذا كانت المتتالية (u_n) ثابتة حيث $u_1 = a$ (مع $a \neq 0$)، فإن المجموع $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{100}$ هو:

(a) $S = a$ (b) $S = \frac{1-a^{100}}{1-a}$ (c) $S = 100a$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

ليكن العدد الصحيح $a = 100$

1. عين باقي قسمة العدد a على 3.

2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون $10^n - 1 \equiv 0 [3]$.

3. استنتج باقي قسمة $4a^7 - 6$ على 3.

4. بين أن العدد $7 \times 10^{2017} + 5 \times 10^{1438}$ يقبل القسمة على 3.

5. عين العدد الطبيعي n حتى يكون العددا $n-2$ و 10^n متوافقين بترديد 3.

التمرين الثالث: (08 نقاط):

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 4$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; \bar{i}; \bar{j})$.

1. احسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.
2. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = -3x(x+2)$ (الدالة المشتقة للدالة f)
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيراتها.
4. بيّن أن منحنى الدالة f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.
5. أكتب معادلة للمستقيم (Δ) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = -1$.
6. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(x) = (x+2)^2(1-x)$.
7. عيّن فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المحورين.
8. ارسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) في نفس المعلم السابق.

التمرين الأول: (06 نقاط):

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير:

1. العددين 2017 و 1438 متوافقان بترديد 6

2. إذا كان a عددا صحيحا يحقق $a \equiv -4[5]$ فإن باقي قسمة العدد a^{704} على 5 هو 1.

3. إذا كان a و b عددين صحيحين يحققان: $a \equiv 2[7]$ و $b \equiv -1[7]$ فإن العدد $a+2b$ مضاعف للعدد 7

4. عدد جميع القواسم الصحيحة للعدد 126 هو 16.

5. إذا كان احتمال حادثة بسيطة A هو $P(A) = \frac{3}{4}$ فإن احتمال الحادثة العكسية لها هو $P(\bar{A}) = \frac{4}{3}$

6. عند رمي حجر نرد متوازن ذي ستة أوجه مرقمة من 1 إلى 6 فاحتمال ظهور رقم فردي على الوجه هو $\frac{1}{6}$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

في سنة 2005 بلغ عدد سكان إحدى بلديات ولاية البويرة 7500 نسمة، ويزداد عدد السكان في هذه البلدية بنسبة 2% من سنة إلى أخرى. نرسم v_n إلى عدد سكان هذه البلدية خلال السنة $2005+n$.

1. عين v_0 ثم أحسب v_1 و v_2 .

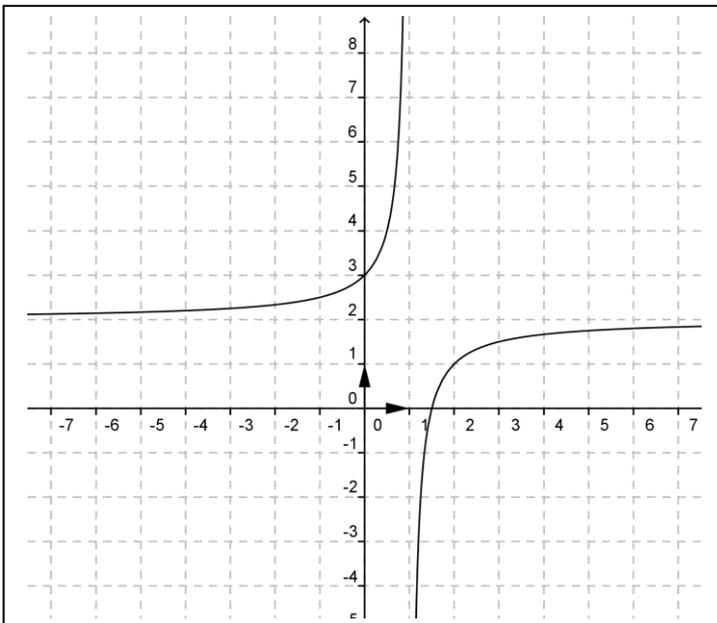
2. أوجد علاقة بين v_n و v_{n+1} .

3. تحقق أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها 1,02 .

4. عبر عن عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

5. كم من المتوقع أن يصل عدد السكان في هذه البلدية في سنة 2020؟ (تعطى النتيجة مدورة إلى الوحدة)

التمرين الثالث: (08 نقاط)



f دالة ناطقة معرفة على $] - \infty; 1[\cup] 1; +\infty [$

(Cf) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (انظر التمثيل المقابل)

1. بقراءة بيانية ضع تخمينا لنهايات الدالة f .

2. حدّد من البيان معادلات للمستقيات المقاربة للمنحني (Cf).

3. صِف اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4. عين من البيان حلول المعادلتين $f(x) = 1$ ، $f(x) = 3$

5. عين من البيان حلول المتراجحة $f(x) > 3$

نعتبر الآن أن الدالة f معرفة بالعلاقة $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$.

6. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن $f(x) = 2 - \frac{1}{x-1}$.

7. احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها، ثم تأكد من تحمينك السابق.

8. احسب $f'(x)$ عبارة مشتقة الدالة f على مجموعة تعريفها.

9. أثبت وجود مماسين للمنحني (Cf) ، معاملا توجيهيهما مساويان لـ 1، عند نقطتين مختلفتين يطلب تعيين فاصلتيهما.

التمرين الأول			
العلامة	التبرير المقترح	الإجابة	السؤال
1 ; 5	$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1 = 2 \left(\frac{1}{2}\right)$ الوسط الحسابي	a	1
1 ; 5	$u_n = 2017$ معناه: $2n-3=2017$ أي $2n = 2020$ إذن $n=1010$	b	2
1 ; 5	$v_n = v_0 q^n = 2 \left(-\frac{3}{2}\right)^n$	b	3
1 ; 5	$S = 100a$	c	4
التمرين الثاني			
1	باقي قسمة 100 على 3 هو 1 لأن $100 = 33(3)+1$		1
1	لدينا: $10 \equiv 1[3]$ إذن $10^n \equiv 1^n[3]$ أي: $10^n \equiv 1[3]$ ومنه $10^n - 1 \equiv 0[3]$		2
1	$a^7 \equiv 1[3]$ ومنه $4a^7 \equiv 4[3]$ إذن: $4a^7 - 6 \equiv 4 - 6[3]$ أي $4a^7 - 6 \equiv -2[3]$ وبالتالي $4a^7 - 6 \equiv 1[3]$ يعني أن باقي قسمة $4a^7 - 6$ على 3 هو 1		3
1 ; 5	لدينا: $10^n \equiv 1[3]$ إذن: $10^{2017} \equiv 1^{2017}[3]$ وكذلك: $10^{1438} \equiv 1^{1438}[3]$ ، إذن: $10^{2017} \equiv 7[3]$ و $10^{1438} \equiv 5[3]$ $10^{1438} + 10^{2017} \equiv 5[3] + 7[3] = 12[3]$ وبما أن 12 مضاعف لـ 3 فإن العدد $10^{1438} + 10^{2017} \equiv 3$ مضاعف للعدد 3		4
1 ; 5	يكون العددان متوافقان بتريديد 3 عندما يكون لهما نفس باقي القسمة على 3، بما أن $10^n \equiv 1[3]$ إذن $n-2 \equiv 1[3]$ أي: $n \equiv 0[3]$ وبالتالي القيم الممكنة لـ n هي $n=3k$; $k \in \mathbb{Z}$		5

التمرين الثالث																		
1	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = -\infty$	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -x^3 = +\infty$	1															
0 ; 5	$f'(x) = -3x^2 - 6x = -3x(x+2)$		2															
1 ; 5	إشارة المشتقة: $f'(x) = 0$ يعني $x=0$ أو $x=-2$		3															
	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>$+\infty$</td> <td></td> <td>4</td> <td>$-\infty$</td> </tr> </table>		x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	$f'(x)$		-	0	+	$f(x)$	$+\infty$		4	$-\infty$	
x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$														
$f'(x)$		-	0	+														
$f(x)$	$+\infty$		4	$-\infty$														
1	احداثيات نقطة الانعطاف: $f''(x) = 0$ و f'' تغير إشارتها يعني نقطة الانعطاف: $A(-1 ; 2)$		4															
1	معادلة المماس: $y = f'(x_0)(x-x_0) + f(x_0)$ نجد: $y = 3x + 5$ (Δ)		5															
0 ; 5	$(x+2)^2(1-x) = (x^2+4x+4)(1-x) = x^2+4x+4-x^3-4x^2-4x = -x^3-3x^2+4 = f(x)$		6															
1	نقط التقاطع مع محور الفواصل: نحل المعادلة $f(x) = 0$ نجد $x = -2$ أو $x = 1$ إذن النقطتان: $B(1 ; 0)$; $C(-2 ; 0)$																	
0 ; 5	نقط التقاطع مع محور الترتيب: نحسب $f(0)$ نجد النقطة $D(0 ; 4)$																	
1	الرسم		7															

التمرين الأول																			
العلامة	السؤال	الجواب	التبرير																
1	1	خطأ	$2017-1438 = 579$ وهذا العدد لا يقبل القسمة على 6																
1	2		$a \equiv -4[5]$ يعني $a \equiv 1[5]$ إذن: $a^{704} \equiv 1[5]$ ومنه $a^{704} \equiv 1[5]$																
1	3	صحيح	$a \equiv 2[7]$ و $b \equiv -1[7]$ فإن $2b \equiv -2[7]$ ومنه $a + 2b \equiv 0[7]$ فالعدد $a+2b$ مضاعف للعدد 7																
1	4	خطأ	$126 = 2 * 3^2 * 7$. عدد القواسم الصحيحة الموجبة هو $(2)(3)(2)=12$ ، أي قاسم صحيح																
1	5	خطأ	$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$																
1	6	خطأ	مجموعة النتائج الممكنة: $\{6; 5; 4; 3; 2; 1\}$ إذا اعتبرنا الحادثة A: ظهور عدد فردي: $P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ فإن $A = \{1; 3; 5\}$																
التمرين الثاني																			
1 ; 5	1		$v_0 = 7500$ و $v_1 = v_0 + 0,02v_0 = 7500 + 0,02(7500) = 7650$ $v_2 = v_1 + 0,02v_1 = 7650 + 0,02(7650) = 7803$																
1	2		$v_{n+1} = v_n + 0,02v_n = v_n(1+0,02) = (1,02)v_n$																
0 ; 5	3		$v_{n+1} = 1,02v_n$ من أجل كل عدد طبيعي n فالمتتالية هندسية أساسها 1,02																
1 ; 5	4		$v_n = v_0(1,02)^n = 7500(1,02)^n$																
1 ; 5	5		عدد السكان المتوقع سنة 2020 : نحسب الدليل n السنة : $n = 2020 - 2005 = 15$ $u_{15} = 7500(1,02)^{15} = 10094$																
التمرين الثالث																			
1	1		$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$																
1	2		معادلات المستقيمات المقاربة: $x = 1$ ، $y = 2$																
1	3		اتجاه تغير الدالة f : متزايدة تماما على $]-\infty; 1[$ وعلى $]1; +\infty[$																
			<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 20%;"></td> <td style="width: 20%;">$-\infty$</td> <td style="width: 20%;">1</td> <td style="width: 20%;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$f(x)$</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> <td style="text-align: center;">2</td> </tr> <tr> <td></td> <td colspan="2" style="text-align: center;">↗</td> <td style="text-align: center;">↘</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td></td> </tr> </table>		$-\infty$	1	$+\infty$	$f(x)$	2	$+\infty$	2		↗		↘			$-\infty$	
	$-\infty$	1	$+\infty$																
$f(x)$	2	$+\infty$	2																
	↗		↘																
		$-\infty$																	
1	4		حلول المعادلة $f(x) = 3$ هي $\{0\}$. حلول المعادلة $f(x) = 1$ هي $\{2\}$																
1	5		حلول المتراجحة $f(x) > 3$ هي $]0; 1[$																
1	6		$2 - \frac{1}{x-1} = \frac{2(x-1)-1}{x-1} = \frac{2x-2-1}{x-1} = \frac{2x-3}{x-1} = f(x)$																
1	7		$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\infty$																
1	8																		

إثبات وجود المماسين: نحل المعادلة $f'(x) = 1$ أي $\frac{1}{(x-1)^2} = 1$ نجد $(x-1)^2=1$
 $x^2-2x=0$ أي $x(x-2) = 0$ وبالتالي $x=0$ أو $x=2$

الرسم

