3 آداب وفلسفة
+
لغات أجنبية

اختبار تقييمي لمحور الموافقات

إعداد: حمزة . ك
صفحة : الرياضيات للأدبيين
بكالوريا 2022

التمرين الأول: (10 نقاط)

a و b و c أعداد طبيعية حيث: $a = 1962$ ، $b \equiv 1443[4]$ ، $c = 2022$

1) أ- عين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a و b و c على 4.

ب- أوجد حصرا للعدد a بين مضاعفين متعاقبين للعدد 4.

ج- باستخدام خواص الموافقات استنتج باقي القسمة الإقليدية على 4 لكل من الأعداد: $a+b+c$ ، a^2+b ، $3b-a$.

2) تحقق أن: $b \equiv -1[4]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد b^{1945} و b^{1956} ، b^{4n} ، b^{4n+1} على 4.

3) هل العدد $(2b-c)$ مضاعف للعدد 4 ؟ علل

4) بين أن العددين b و $a+1$ متوافقان بتردد 4.

5) أ-عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $n+1962+b^{1956}$ قابلا للقسمة على 4.

ب- استنتج قيم العدد الطبيعي n الأصغر من أو تساوي 13 حتى يكون العدد $n+1962+b^{1956}$ قابلا للقسمة على 4.

6) حلل العدد 1250 إلى جداء عوامل أولية ثم استنتج عدد قواسمه.

التمرين الثاني: (6 نقاط)

1) أ- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لعدد 7^n على 9.

ب- استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 7^{2022} و 7^{2972} على 9.

2) تحقق أن $2023 \equiv 7[9]$ ثم استنتج باقي القسمة الإقليدية على 9 للعدد 2023^{1954}

3) عين قيم العدد الطبيعي n حيث: $7^n - 2023^{1954} \equiv 0[9]$

التمرين الثالث : (4 نقاط) :

ليكن العددان الطبيعيان a و b حيث $a \equiv 3[4]$; $b \equiv 2[4]$ اختر الجواب الصحيح مع التبرير

	الجواب 1	الجواب 2	الجواب 3
$a^2+b \equiv \ldots\ldots[4]$	2	3	5
$a^{2022} \equiv \ldots\ldots[4]$	3	1	-1
اذا كان $a-b \equiv 0[5]$ فإن	$a \equiv 0[5]$	$b \equiv 0[5]$	$a \equiv b[5]$
إذا كان $a = 5^3 \times 3^2$ فإن عدد قواسم a هو	6	12	15
باقي قسمة العدد 1962- على 4 هو:	-2	2	3

تصحيح الاختبار التقييمي لمحور الموافقات

التمرين الأول: (10 نقاط)

لدينا: a= 1962 ، $b \equiv 1443[4]$ ، c= 2022

1) أ-تعيين باقي القسمة الإقليدية لكل من الأعداد a ، b ، c على 4:.....(1.5 ن)

$1962 = 4 \times 490 + 2$ $1962 \equiv 2[4]$ أي: $a \equiv 2[4]$ باقي قسمة a على 4 هو 2.	لدينا: $b \equiv 1443[4]$ و $1443 \equiv 3[4]$ ومنه حسب خاصية التعدي: $b \equiv 3[4]$ باقي قسمة b على 4 هو 3.	$2022 = 4 \times 505 + 2$ $2022 \equiv 2[4]$ أي: $c \equiv 2[4]$ باقي قسمة c على 4 هو 2.

ب- حصر a بين مضاعفين متعاقبين للعدد 4: .....(0.5 ن)

$$4 \times 490 \leq a < 4 \times (490 + 1)$$

$$1960 \leq a < 1964$$

ج- استنتاج باقي قسمة الأعداد:.....(1.5 ن)

$a + b + c \equiv 2 + 3 + 2[4]$ $a + b + c \equiv 7[4]$ $a + b + c \equiv 7 - 4[4]$ $a + b + c \equiv 3[4]$	$a^2 + b \equiv 2^2 + 3[4]$ $a^2 + b \equiv 7[4]$ $a^2 + b \equiv 7 - 4[4]$ $a^2 + b \equiv 3[4]$	$3b - a \equiv 3 \times 3 - 2[4]$ $3b - a \equiv 9 - 2[4]$ $3b - a \equiv 7[4]$ $3b - a \equiv 7 - 4[4]$ $3b - a \equiv 3[4]$

(2

- التحقق أن: $b \equiv -1[4]$.....(0.5 ن)

لدينا: $b \equiv 3[4]$

بطرح 4 من الطرف الثاني: $b \equiv 3 - 4[4]$

ومنه: $b \equiv -1[4]$ وهوالمطلوب.

- استنتاج باقي قسمة الأعداد:.....(1 ن)

$b^{1956} \equiv (-1)^{1956}[4]$ $b^{1956} \equiv 1[4]$ لأن 1956 زوجي.	$b^{1945} \equiv (-1)^{1945}[4]$ $b^{1945} \equiv -1[4]$ $b^{1945} \equiv -1 + 4[4]$ $b^{1945} \equiv 3[4]$ لأن 1945 زوجي.	$b^{4n} \equiv 1[4]$ لأن 4n زوجي	$b^{4n+1} \equiv -1[4]$ $b^{4n+1} \equiv -1 + 4[4]$ $b^{4n+1} \equiv 3[4]$ لأن 4n+1 فردي.

3) التحقق إن كان العدد $2b - c$ مضاعف للعدد 4:.....(01 ن)

معناه: $2b - c \equiv 0[4]$

لدينا: $2b - c \equiv 2 \times 3 - 2[4]$

$2b - c \equiv 4[4]$

$2b - c \equiv 4 - 4[4]$

أي: $2b - c \equiv 0[4]$ ومنه العدد $2b - c$ مضاعف للعدد 4.

4) إثبات أن العددين b و $a + 1$ متوافقان بتردد 4:.....(01 ن)

لدينا: $b \equiv 3[4]$ و $a + 1 \equiv 3[4]$ ومنه: العددان b و $a + 1$ متوافقان بتردد 4 لأن لهما نفس باقي القسمة على 4 :

$a + 1 \equiv b[4]$

5) تعيين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $n + 1962 + b^{1956}$ قابلا للقسمة على 4:.....(01 ن)

أي: $n + 1962 + b^{1956} \equiv 0[4]$
$n + 2 + 1 \equiv 0[4]$
$n + 3 \equiv 0[4]$
$n \equiv -3[4]$
$n \equiv -3 + 4[4]$
$n \equiv 1[4]$
ومنه: $n = 4k + 1$ حيث: $k \in IN$

ب- استنتاج قيم n الأصغر من أو تساوي 13:.....(01 ن)
$k = 0$: $n = 4 \times 0 + 1$ أي: $n = 1$
$k = 1$: $n = 4 \times 1 + 1$ أي : $n = 5$
$k = 2$: $n = 4 \times 2 + 1$ أي: $n = 9$
$k = 3$: $n = 4 \times 3 + 1$ أي: $n = 13$
ومنه قيم n هي: $\{1 ; 5 ; 9 ; 13\}$

6) تحليل العدد 1250 إلى جداء عوامل أولية واستنتاج عدد قواسمه:.....(01 ن)

$$1250 = 2^1 \times 5^4$$

ومنه عدد قواسمه : $(1 + 1)(4 + 1) = 2 \times 5 = 10$

العدد 1250 له 10 قواسم.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1) أ- دراسة حسب قيم n بواقي قسمة 7^n على 9:.....(02 ن)

من أجل:

$n = 0$: $7^0 \equiv 1[9]$

$n = 1$: $7^1 \equiv 7[9]$

$n = 2$: $7^2 \equiv 49[9]$ و لدينا: $49 \equiv 4[9]$ ومنه حسب خاصية التعدي: $7^2 \equiv 4[9]$

$n = 3$: $7^3 \equiv 343[9]$ ولدينا: $343 \equiv 1[9]$ ومنه حسب خاصية التعدي: $7^3 \equiv 1[9]$

بواقي القسمة دورية ودورها 3.

قيم n	$3k + 0$	$3k + 1$	$3k + 2$
بواقي القسمة	1	7	4

ب- استنتاج باقي قسمة كل من العددين: .....(1.5 ن)
نقسم الأس على الدور 3 :

$2022 = 3 \times 674 + 0$ أي: $2022 = 3k + 0$	$2972 = 3 \times 990 + 2$ أي: $2972 = 3k + 2$

ومنه: $7^{2022} \equiv 7^{3k+0}[9]$	ومنه: $7^{2972} \equiv 7^{3k+2}[9]$
ولدينا من الجدول: $7^{3k+0} \equiv 1[9]$	ولدينا: $7^{3k+2} \equiv 4[9]$
ومنه: $7^{2022} \equiv 1[9]$	ومنه: $7^{2972} \equiv 4[9]$
باقي قسمة العدد 7^{2022} على 9 هو 1.	باقي قسمة العدد 7^{2972} على 9 هو 4.

2) التحقق أن: $2023 \equiv 7[9]$.....(1.5 ن)

لدينا: $2023 = 9 \times 224 + 7$ ومنه: $2023 \equiv 7[9]$

- استنتاج باقي قسمة العدد 2023^{1954} على 9:

نقسم الأس على الدور نجد: $1954 = 3k + 1$

لدينا: $2023 \equiv 7[9]$

ومنه: $2023^{1954} \equiv 7^{1954}[9]$

$2023^{1954} \equiv 7^{3k+1}[9]$

ومنه: $2023^{1954} \equiv 7[9]$

باقي قسمة العدد 2023^{1954} على 9 هو 7.

3) تعيين قيم n حيث: $7^n - 2023^{1954} \equiv 0[9]$.....(01 ن)

$7^n - 7 \equiv 0[9]$

$7^n \equiv 7[9]$

ومنه: $7^n \equiv 7^{3k+1}[9]$

ومنه: $n = 3k + 1$ حيث: $k \in IN$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

ليكن العددان الطبيعيان a و b حيث $a \equiv 3[4]$; $b \equiv 2[4]$ اختر الجواب الصحيح مع التبرير

	الجواب 1	الجواب 2	الجواب 3	التعليل
$a^2 + b \equiv \ldots\ldots[4]$	2	3 (0.5)	5	0.5
$a^{2022} \equiv \ldots\ldots[4]$	3	1 (0.5)	-1	0.5
اذا كان $a - b \equiv 0[5]$ فإن	$a \equiv 0[5]$	$b \equiv 0[5]$ (0.25)	$a \equiv b[5]$ (0.25)	0.25
إذا كان $a = 5^3 \times 3^2$ فإن عدد قواسم a هو	6	12 (0.25)	15	0.25
باقي قسمة العدد 1962- على 4 هو:	-2	2 (0.5)	3	0.5

إعداد الأستاذ: حمزة . ك

صفحة الفيسبوك: الرياضيات للأدبيين بكالوريا 2022