# امتحان تجريبي لبكالوريا دورة جوان 2021

**شعبة: آداب وفلسفة + لغات أجنبية** **المدة: ساعتين**

**على المترشح أن يختار احد الموضوعين**

## الموضوع الأول

### التمرين الأول:

$(u_n)$ ممتالية عددية معرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 5u_n + 2 \end{cases}$$

1) احسب كلا من $u_1$ ، $u_2$ و $u_3$ .
2) نضع: $v_n = u_n + \frac{1}{2}$ من أجل كل $n$ من $\mathbb{N}$.
أ) برهن أن $(v_n)$ ممتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
ب) عين عبارة الحد العام $v_n$ بدلالة $n$ ، ثم استنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$ .
3) أ) احسب المجموع $S_n$ بدلالة $n$ ،حيث : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$
ب) استنتج المجموع $S'_n$ بدلالة $n$ ،حيث : $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

### التمرين الثاني:

$a$ ، $b$ و $c$ أعداد صحيحة بحيث: $a \equiv 7[11]$ ، $b \equiv 2[11]$ وباقي القسمة الإقليدية ل $c$ على 11 هو 10.

1) عين باقي القسمة الاقليدية على 11 لكل من العددين: $a \times b$ و $a^2 + b^2$ .
2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $C^{2n} \equiv 1[11]$
3) أ) تحقق أن: $2023 \equiv 10[11]$
ب) استنتج باقي القسمة الإقليدية لكل من العددين: $2023^{2021}$ و $2023^{2022}$ على 7.

### التمرين الثالث:

لتكن $F$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1}$$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) ادرس تغيرات الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.
2) استنتج المستقيمات المقاربة للمنحنى $(C_f)$.
3) عين احداثيات نقط تقاطع المنحنى $(C_f)$ مع محوري الإحداثيات.
4) أكتب معادلة المماس $(\Delta)$ عند النقطة ذات الفاصلة $x = 0$ .
5) ارسم المماس $(\Delta)$ والمنحنى $(C_f)$.

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول:

1) ادرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ بواقي القسمة الإقليدية للعدد $2^n$ على 5 .
2) عين باقي قسمة كل من $2^{2021}$ و $2^{1442}$ على 5.
3) تحقق أن: $2022 \equiv 2[5]$ ، ثم استنتج باقي قسمة $2022^{2021}$ على 5.
4) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن: $2^{412} + 2^{8n+2} + 10 \equiv 0[5]$

### التمرين الثاني:

$(u_n)$ ممتالية حسابية معرفة كما يلي:

$$\begin{cases} u_5 = 17 \\ u_2 + u_4 = 18 \end{cases}$$

1) احسب الحد $u_3$ ثم الأساس $r$ لهذه المتتالية.
2) احسب الحد الأول $u_0$ لهذه المتتالية.
3) نضع: $u_0 = -3$ و $r = 4$ .
- اكتب عبارة $u_n$ بدلالة $n$ .
4) بين أن 2021 حد من حدود المتتالية $(u_n)$ و حدد رتبته.
5) احسب بدلالة $n$ المجموع: $S_n = u_4 + u_5 + \cdots + u_n$

### التمرين الثالث:

نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$f(x) = x^3 - 3x + 1$$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1) أ) احسب نهايتي الدالة $f$ عند $+\infty$ و $-\infty$ .
ب) ادرس تغيرات الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.
2) برهن أن النقطة $A$ التي فاصلتها $x = 0$ هي نقطة انعطاف للمنحنى $(C_f)$.
3) أ) تحقق أن النقطة $B(2,3)$ تنتمي للمنحنى $(C_f)$ .
ب) أوجد معادلة المماس $(T)$ عند النقطة $B$ .
4) أنشئ $(C_f)$ و $(T)$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.