الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية العقيد أعمر أوعمران – فريقات

مديرية التربية لولاية تيزي وزو — السنة الدراسية : 2024/2023

التاريخ : 03 ديسمبر 2023

المستوى : 3 رياضي — إختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات — المدة : 3 ساعات و نصف

التمرين الأول : (6 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة ، عينه مع التعليل :

1 . مجموعة حلول المتراجحة $6 + e^{2x} < 5e^{x}$ في $\mathbb{R}$ هي :

أ) $S =]\ln 2 ; \ln 3[$ ب) $S =]2; 3[$ ج) $S =]-\infty; \ln 2[\cup]\ln 3; +\infty[$

2. مجموعة حلول المتراجحة $\ln[\ln(\ln x)] > 0$ هي :

أ) $S =]e; +\infty[$ ب) $S =]e^{e}; +\infty[$ ج) $S =]e^{3}; +\infty[$

3. الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$ ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

أ) $f(1 - x) = f(x)$ ب) $f(-x) = f(x)$ ج) $f(-x) = -f(x)$

4 . g هو الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $1 + y + y' = 0$ حيث $g(\ln 2) = 0$ ، من أجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا :

أ) $g(x) = -1 - 2e^{-x}$ ب) $g(x) = -1 + 2e^{-x}$ ج) $g(x) = e^{x} - 2$

5 . h الدالة المعرفة بـ : $h(x) = \frac{1}{\ln x} + \ln(\ln x)$ قابلة للإشتقاق على $]1; +\infty[$ حيث :

أ) $h'(x) = \frac{1-\ln x}{x^2 ln^2 x}$ ب) $h'(x) = \frac{1-\ln x}{x ln^2 x}$ ج) $h'(x) = \frac{-1+\ln x}{x ln^2 x}$

6. k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $k(x) = x\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)\sin x$ ، من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

أ) $k(-x) + k(x) = 0$ ب) $k(-x) - k(x) = 0$ ج) $k(-x) + k(x) = x \sin x$

التمرين الثاني : (7 نقاط)

I. g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 2\ln x$

1) أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $]0;+\infty[$ ثم تحقق أن: $0,75 < \alpha < 0,76$

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II . f_k الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة : $f_k(x) = 1 - x + \frac{k}{x}(1 + \ln x)$ (k وسيط حقيقي)

و ليكن (C_k) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

الجزء الأول :

1) بين أن كل المنحنيات (C_k) تمر من نقطة ثابتة يطلب تعيينها .

2) أحسب نهايتي الدالة f_k عند $+\infty$ و 0 (ناقش حسب قيم k) .

الجزء الثاني :

نأخذ $k = 2$ نجد : $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln x)$

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا ، ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) أ - بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f)

ب – أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) بين أن $f(\alpha) = 1 - 2\alpha + \frac{2}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

6) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما :

$0,31 < \alpha' < 0,33$ و $2,50 < \beta < 2,55$

7) أ – أرسم (C_f) ، (T) و (Δ)

ب – ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $\frac{2}{x}(1 + \ln x) = m - 1$

III . نعتبر الدالة k المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $k(x) = -|1 - x| + \frac{2}{x}(1 + |\ln x|)$

أ – أكتب الدالة k دون رمز القيمة المطلقة .

ب - أدرس قابلية إشتقاق الدالة k عند $x = 1$ ، و فسر النتائج هندسيا .

التمرين الثالث : (7 نقاط)

I. (C) هو التمثيل البياني للدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $x \to e^x - x^2$ ، (D) المستقيم ذو المعادلة $y = -3x + 1$

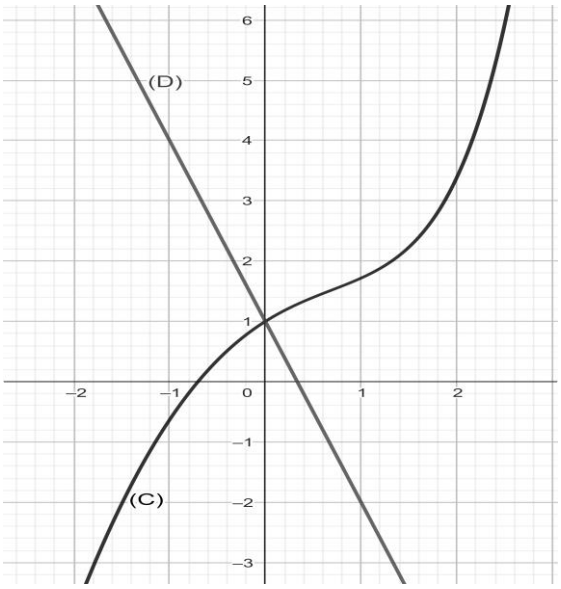
(أنظر الشكل المقابل) و g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$

1) أ - بقراءة بيانية حدد وضعية (C) بالنسبة لـ (D) على $\mathbb{R}$.

ب- استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

2) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$e^x - \ln m = x^2$$



II . f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - x]$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم $(\Delta): y = x$

3) أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f'(x) = e^{-x}\, g(x)$

ب - استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أ - بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f''(x) = [g'(x) - g(x)]\, e^{-x}$

ب - استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيينهما .

5) أنشئ المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

6) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = (1 - e^x)x - x^2 e^x$

- اشرح كيفية رسم (C_h) منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f) ثم أرسمه في المعلم السابق .

7) k هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $k(x) = e^{f(x)}$

- اعتمادا على تغيرات الدالة f ، أدرس تغيرات الدالة k و شكل جدول تغيراتها (عبارة $k(x)$ غير مطلوبة) .

مع تحيات أستاذ المادة وتمنياته لكم بالتوفيق و النجاح في شهادة البكالوريا 2024