اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

المستوى : ثالثة رياضيات المدة : ساعتان

التمرين الأول : (14 نقاط)

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

I) نعتبر الدالة f_1 المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f_1(x) = 2x + 3 - (x+1)e^x$ ، و (C_1) تمثيلها البياني .

1. احسب $\lim_{x\to+\infty} f_1(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f_1(x)$
2. أ)- بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلته $y = 2x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_1) عند $-\infty$.
   ب)- ادرس وضعية (C_1) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
3. أ)- أحسب $f_1'(x)$ و $f_1''(x)$ ثم أدرس تغيرات الدالة f_1' .
   ب)- أحسب $f_1'(0)$ واستنتج إشارة $f_1'(x)$.
   ج)- أدرس إتجاه تغير الدالة f_1. ثم شكل جدول تغيراتها .
4. بين أن المعادلة $f_1(0) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $0.92 < \alpha < 0.93$ و $-1.56 < \beta < -1.55$
5. أنشــئ كلا من (Δ) و (C_1) .

II) m وسيط حقيقي غير معدوم ، نعتبر الدالة f_m المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_m(x) = 2x + 3 - (x+1)e^{mx}$ ، و (C_m) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1. بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطتين ثابتتين يطلب تعيين إحداثيتهما .
2. أكتب معادلة المماس للمنحنى (C_m) عند النقطة $A(0;2)$.
3. أ)- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_m)
   ب)- ادرس وضعية (C_m) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .
4. n عدد طبيعي أكبر أو يساوي 2 ، $f_m^{(n)}$ المشتقة من الرتبة n للدالة f_m
   برهن بالتراجع أنه من أجل عدد طبيعي $n \geq 2$ ، $f_m^{(n)} = -m^{n-1}(mx + m + n)e^{mx}$

التمرين الثاني : (6 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $]\frac{1}{2};+\infty[$ كمايلي $f(x) = \frac{3x-1}{2x}$ و (C_f) تمثيلهاالبياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ)- أدرس إتجاه تغير الدالة f
   ب)- أنشئ كلا من (C_f) و (Δ) ذو المعادلة $y = x$.
2. (u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$
   أ)- باستعمال الرسم المحصل عليه، مثل على محور الفواصل و بدون حساب، الحدود: u_0، u_1، u_2وu_3 .

ب)- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$

د)- أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما، ماذا تستنتج ؟

3. أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - 1 \leq \frac{1}{2}(u_n - 1)$

ب)- استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n - 1 \leq (\frac{1}{2})^n$ ثم استنتج نهاية المتتالية (u_n)

4. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كمايلي : من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n-1}{2u_n-1}$

أ)- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول v_0 ثم أكتب عبارة v_n بدلالة n .

ب)- احسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = \frac{v_0-1}{u_0} + \frac{v_1-1}{u_1} + \cdots + \frac{v_n-1}{u_n}$