وزارة التربية الوطنية — السنة الدراسية: 2017 / 2018

مديرية التربية لولاية باتنة — المستوى: الثالثة رياضيات

ثانوية محمد العيد آل خليفة — المدة: (03) ثلاث ساعات

اختبار الثلاثي الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (07 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1 – مجموعة حلول المعادلة: $e^{|2x|+1}-3e^{|x|+1}+2e=0$ في $\mathbb{R}$ هي: $S=\{0,\ln 2\}$

2 – لدينا: $e^{0.001}\approx 1.001$ و $\ln(1.001)\approx 0.001$ (دون استعمال أي آلة حاسبة)

3 – من أجل $n\in\mathbb{N}$ لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{e^x}{x^n}\right)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{\ln x}{x^n}\right)=0$

4 – نعتبر الدالة $g:x\mapsto x^{2.3}$. إذن من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}_+^*$ فان: $2.3g(x)-xg'(x)=0$

5 – الدالة $u:x\mapsto e^{-2x}-2$ هي الحل الوحيد للمعادلة التفاضلية: $y'+2y+4=0$ و الذي يحقق الشرط: $y(0)=-1$

6 – الدالة $v:x\mapsto\sqrt[3]{x^2-4}$ متناقصة تماما على المجال $[2;+\infty[$

7 – الدالة $w:x\mapsto x3^x$ تقبل على $\mathbb{R}$ قيمة حدية صغرى عند $-\dfrac{1}{\ln 3}$ هي $-\dfrac{1}{e\ln 3}$

التمرين الثاني: (06 نقط)

من أجل a و b عددان حقيقيان حيث: $0<a<b$ نعرف المتتاليتين العدديتين $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ كما يلي:

$u_0=a$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{2u_nv_n}{u_n+v_n}$

$v_0=b$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $v_{n+1}=\dfrac{u_n+v_n}{2}$

1 – تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان $u_n>0$ و $v_n>0$

2 – من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $w_n=v_n-u_n$.

أ) برهن أن: $0\le w_{n+1}\le\dfrac{1}{2}w_n$

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع، أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان: $0\le w_n\le\dfrac{b-a}{2^n}$

3 – أثبت أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متزايدة تماما و أن المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متناقصة تماما.

4 – ماذا نقول عن المتتاليتين $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ؟

5 – استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$

التمرين الثالث: (07 نقط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\left(\frac{e}{x}\right)\times 3^{\frac{-1}{x^2e}} \\ f(0)=0 \end{cases}$$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$. الوحدة البيانية: $5cm$

1 – أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم فان: $3^{\frac{-1}{x^2e}}=e^{\frac{-\ln 3}{x^2e}}$

2 – أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x فان: $f(-x)+f(x)=0$

ب) أدرس قابلية اشتقاق الدالة f عند الصفر بقيم أكبر.

ج) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

د) فسر النتائج السابقة هندسيا.

3 – برهن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ فان: $f'(x)=\left(\frac{-x^2e+2\ln 3}{x^4}\right)\times 3^{\frac{-1}{x^2e}}$ ثم أدرس إشارتها على المجال $]0;+\infty[$

4 – شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $[0;+\infty[$

5 – أثبت أن المعادلة: $f(x)=1$ تقبل حلين مختلفين α و β في المجال $[0;+\infty[$ حيث $0,48<\alpha<0,49$ و $2,54<\beta<2,57$

6 – أ) أكتب معادلة المماس (T_a) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة a حيث $a\in\mathbb{R}_+^*$

ب) استنتج أنه توجد قيمة وحيدة للعدد الحقيقي الموجب تماما a و التي من أجلها يمر المماس (T_a) من مبدأ المعلم .

ج) من أجل قيمة a المحصل عليها، أكتب معادلة المماس (T_a) .

د) أنشئ (T_a) ثم أنشئ (C_f) في المجال $[0;+\infty[$.

ه) أنشئ (C_f) في المجال $]-\infty;0]$ مستعينا بالسؤال 2– أ) ، مع التبرير.

7– ناقش بيانيا حسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $mx-e^{\frac{x^2e-\ln 3}{x^2e}}=0$ في $\mathbb{R}^*$.

ملاحظة هامة:

– يمنع استعمال الآلة الحاسبة البيانية .

– رسم المنحنى البياني يكون على الورقة المليمترية مع احترام الوحدة البيانية المعطاة .

– تنظيم ورقة الإجابة يؤخذ بعين الاعتبار.

الأستاذ: مراحي لزهر

باتنة في: 05 ديسمبر 2017