

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

(01) لتكن في $]-\infty; 0]$ المعادلة $\log(x^2 + 11x - 2) = 1 + \log x$ ، المعادلة تقبل حل وحيد هو $x = 1$

(02) لتكن في المتراجحة $e^{-x} - 2e^x < 1$ ، حلول هذه المتراجحة هو $x = 1$

(03) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بالشكل $f(x) = 3x^2 - \frac{1}{x+1}$ ، القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[0; 2]$ هي: $m = 4 - \ln \sqrt{3}$

(04) (V_n) متتالية هندسية متقاربة حيث $V_0 = 8$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} (V_0 + V_1 + \dots + V_n) = 12$ أساس المتتالية (V_n) هو $q = \frac{1}{3}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ; 1 ; 2 و 3 و ثلاث كريات سوداء تحمل الأرقام 1 ; 2 و 3 و كرتين

حمرأوين تحملان الرقمين 2 و 3 (الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)، نسحب عشوائيا من الكيس كرتين على

التوالي دون إرجاع، نرمز بـ α لرقم الكرة المسحوبة أولا و β لرقم الكرة المسحوبة ثانيا. نعتبر الحادثتين A و B حيث:

A : الحصول على كرتين من نفس اللون . B : الحصول على كرتين تحملان رقما فرديا

1. أثبت أن: $P(A) = \frac{5}{18}$ ثم أحسب $P(B)$

ب- أحسب $P(A \cap B)$ ، ثم استنتج احتمال الحادثة:

"الحصول على كرتين من نفس اللون أو تحملان رقمين فرديين".

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق النتيجة بالعدد " $\alpha - \beta$ "

أ- عين قيم المتغير العشوائي X ثم عين قانون احتماله، أحسب أمله الرياضي.

التمرين الثالث: (05 نقاط):

المتتالية العددية (U_n) معرفة بـ: $U_1 = 5$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_{n+1} = \frac{5U_n - 4}{1 + U_n}$

1. أ-تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_{n+1} = 5 - \frac{9}{U_n + 1}$

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $U_n > 2$

2. حدد اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

3. المتتالية (V_n) معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $V_n = \frac{3}{2 - U_n}$

أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم $n: V_{n+1} = \frac{U_n + 1}{2 - U_n}$ ثم بين أن المتتالية (V_n) حسابية أساسها -1

ب- أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

4. نضع: $S = (V_1 - V_2) + (V_3 - V_4) + \dots + (V_{4043} - V_{4044})$ أحسب S

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2 + (x - 2)e^{-x+2}$

1- أدرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.14 < \alpha < 1.15$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = 2x - 1 - (x - 1)e^{-x+2}$

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (حيث

$$\|\vec{i}\| = 2cm \text{ و } \|\vec{j}\| = 2cm$$

1- أ- أحسب كلا من: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج- بين أن $f(\alpha) = 2\alpha + 1 + \frac{2}{\alpha - 2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

2- أ- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقاربا (Δ) معادلته $y = 2x - 1$ بجوار $+\infty$

ب- أدرس الوضع النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

ج- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) يطلب تحديد معادلة له.

د- أحسب كلا من: $f(0)$ و $f(2)$ ، ثم أنشئ (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f) .

3- عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $0 = 2m - 1 - (x - 1)e^{-x+2}$ حلين متمايزين.

(III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = (x - 1)e^{-x+2}$

1- استعمال التكامل بالتجزئة عين الدالة الأصلية H للدالة h على $\mathbb{R}$ و التي تنعدم عند 0.

2- ليكن λ عددا حقيقيا حيث: $\lambda > 1$ ، $A(\lambda)$ هي مساحة الحيز من المستوى المحددة بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ)

و المستقيمين اللذين معادلتها $x = \lambda$ و $x = 1$

- أحسب المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ ، ثم أحسب: $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda)$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط):

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير:

(01) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y' - (\ln 2)y - \ln 8 = 0$ الذي يحقق $y(0) = 1$ هو:

(أ) $y = 2^{x-1} + 3$ (ب) $y = 2^{x+2} - 3$ (ج) $y = 4e^x + 1$

(02) f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$: $f(x) = 3^{x-1}$ تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ و دالتها المشتقة f' هي:

(أ) $f'(x) = 3^{x-1} \ln 3$ (ب) $f'(x) = 3 \times \ln(x-1)$ (ج) $f'(x) = 3^{x-2} \times 3$

(03) التكامل $\int_0^{\ln 2} \frac{e^{x+e^x}}{e^{e^x} - 1} dx$ يساوي: (أ) $\ln 2$ (ب) $\ln(e-1)$ (ج) $\ln(e+1)$

(04) لتكن الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \ln(e^{-x} + e^{20})^{101} + \frac{2e^x}{e^x - 1}$ المنحنى البياني (C_f) يقبل

مستقيم مقارب أفقي ذو المعادلة:

(أ) $y = 1443$ (ب) $y = 1962$ (ج) $y = 2022$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس U_1 على كرتين تحملان الرقم 1 و أربع كريات تحمل الرقم 2، و كيس U_2 يحتوي على 7 كريات منها 3 حمراء و الباقي صفراء (الكريات لا نفرق بينها عند اللمس)، نسحب عشوائيا كرية من الكيس U_1 و نسجل رقمها، إذا كان الرقم 1 نقوم بسحب كرية واحدة من U_2 و إذا كان الرقم 2 نقوم بسحب كرتين في آن واحد من الكيس U_2 .

1. مثل الوضعية بشجرة احتمالات مناسبة.

2. لتكن الحوادث التالية: A : الكرية المسحوبة تحمل الرقم 1. B : الكرية المسحوبة تحمل الرقم 2.

C : الحصول بالضبط على كرية حمراء، D : الحصول على كرتين حمراوين.

3. أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ و بين أن: $P(C) = \frac{11}{21}$ ، $P(D) = \frac{2}{21}$ ثم أحسب $P_C(A)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ، f دالة معرفة على المجال $[-3; 2]$ بـ:

$$f(x) = \frac{5x-6}{4-x} \quad (C_f) \text{ تمثيلها البياني كما هو موضح في الشكل المقابل}$$

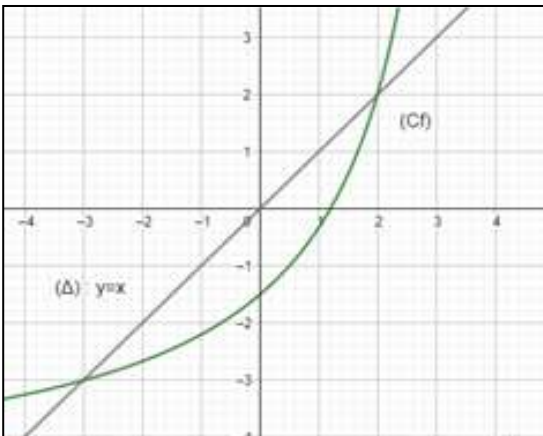
1. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

2. أثبت أنه من أجل كل $x \in [-3; 2]$ فإن: $f(x) \in [-3; 2]$

(II) α عدد حقيقي، (U_n) متتالية عددية معرفة بحددها الأول $U_0 = \alpha$

$$U_{n+1} = f(U_n) : n \in \mathbb{N}$$

- عين قيم العدد α حتى تكون (U_n) ثابتة. نضع $U_0 = 0$



1. انقل الشكل المقابل على ورقتك ثم مثل على محور الفواصل كل من الحدود $U_0 ; U_1 ; U_2 ; U_3$ مبرزاً خطوط الرسم (لا يطلب حساب الحدود).

2. ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها.

3. برهن بالتراجع من أجل كل $n \in \mathbb{N} : -3 < U_n < 2$

4. ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

$$(III) (V_n) \text{ متتالية عددية معرفة بـ: } V_n - 1 = \frac{5}{U_n - 2}$$

1. أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

2. اكتب عبارة V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n ، أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$.

3. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{5}{U_0 - 2} + \frac{5}{U_1 - 2} + \frac{5}{U_2 - 2} + \dots + \frac{5}{U_{n-1} - 2}$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) الدالة العددية g المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1- ادرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

2- بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $1.31 < \alpha < 1.32$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = x - e + \frac{1 - \ln x}{x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة الطول 2cm)

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسياً.

2- برهن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) يطلب تعيين معادلته.

3- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (D) .

4- بين أنه من أجل كل x من $]0; +\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

5- أثبت أن $f(\alpha) = 2\alpha - e - \frac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$.

6- أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماساً (T) يوازي المستقيم (D) في نقطة يطلب تعيين إحداثياتها.

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) .

7- أنشئ (T) و المنحنى (C_f) .

- نسمي $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحددة بالمنحنى (C_f) و المستقيم (D) و المستقيمين $x = e$ و

$$x = \alpha \quad \text{بين أن: } A(\alpha) = 2(\alpha^2 - 1)^2 \text{ cm}^2$$

انتهى الموضوع الثاني