**الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية**

**مديرية التربية لولاية ميلة** **ثانوية صالح بوجنانة – بوحاتم –**

**امتحان البكالوريا التجريبي** **دورة: ماي2024 .**

**الشعبة : علوم تجريبية**

---

**اختبار في مادة : الرياضيات** **المدّة :03 سا و 30 د**

---

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :**

## الموضوع الأول

**التمرين الأول : ( 04 نقاط )**

يحتوي صندوق على **خمس** كريات بيضاء تحمل الأرقام 3 ; 2 ; 1 ;0 ;1− و **ثلاث** كريات حمراء تحمل الأرقام 3 ;4− و0 . و**كريتين** خضراء تحملان الرقمين 4 ; 0 . الكريات كلها متماثلة ولانفرق بينها عند اللمس .نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كريات من الصندوق .

1) أحسب احتمال كل حدث من الأحداث التالية :

A : " الحصول على ثلاث كريات مختلفة اللون " B : " الحصول على ثلاث كريات مجموع أرقامها معدوم "

2) أ . أحسب احتمال الحادثة : $\bar{A} \cap B$ .

ب. استنتج أنّ احتمال الحادثة ، $\bar{A} \cup B$ هو $\frac{19}{120}$ .

3) ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل سحب لثلاث كريات عدد الكريات المتبقية التي تحمل الرقم 0 .

أ. عيّن القيّم الممكنة لـ X ثمّ عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب. أحسب احتمال الحادثة : " $2 - lnX \geq 0$ "

**التمرين الثاني : (04.5 ن )**

1) $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب $z$ المعرف كمايلي :

$P(z) = z^3 + (2-\sqrt{3})z^2 + (3-2\sqrt{3})z + 6$ .

أ. أحسب $P(-2)$ ثمّ عيّن العددين الحقيقيين $a$ و $b$ بحيث يكون : $P(z) = (z+2)(z^2+az+b)$

ب. حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 0$ .

2) نعتبر في المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.النقط A ، B و C لواحقها: $z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ و $z_C = -2$ على الترتيب .

أ. أكتب كلا من $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ على الشكل الأسي ثمّ استنتج أنّ النقط A ، B و C تنتمي الى نفس الدائرة .

ب. عين $z_E$ و $z_F$ لواحق النقطتين $E$ و $F$ حتى يكون المثلثين $ABF$ و $ACE$ قائمين في $A$ و $C$ على الترتيب .

ج. عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون العدد $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي .

3) أ. أكتب العدد $L$ على الشكل الأسي حيث : $L = \frac{z_A - z_C}{z_B - z_C}$ .

ب. حدد مع التعليل طبيعة المثلث $ABC$ .

ج. عيّن $z_D$ لاحقة النقطة $D$ حتى يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع .

4) عيّن ثمّ أنشئ $(\Delta)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $z$ حيث : $z = ke^{-i\frac{2\pi}{3}}$ عندما $k$ يمسح $\mathbb{R}_+^*$ .

**التمرين الثالث: (04.5 نقاط )**

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بـــ : $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = 2^{1-n}(u_n)^2$

1) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $0 \leq u_n \leq 2^{n-1}$ .

2) بيّن أنّ المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما ثمّ استنتج أنّها متقاربة نحو عدد حقيقي يطلب تعيينه .

3) نعتبر المجموع $S_n$ حيث من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ .

- بيّن أنّ : $0 \leq S_n \leq 2^n - \frac{1}{2}$ .

نعتبر المتتالية العددية $(v_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $v_n = n - \frac{ln(u_n)}{ln2}$ .

1) برهن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية ، ثمّ أكتب $v_n$ بدلالة $n$ .

2) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n = 2^{n-2^n}$ ، ثمّ أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ .

3) أكتب $T_n$ بدلالة $n$ حيث : $T_n = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \ldots \times u_n$ .

**التمرين الرابع : (07 نقاط )**

*I*. نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ : $g(x) = (1-x)e^x + 1$ .

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ ثمّ أدرس اتجاه تغيّرات الدالة $g$ على المجال $]1;+\infty[$ و شكل جدول تغيّراتها .

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $1,27 < \alpha < 1,28$ .

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$.

*II*. لتكن الدالة $f$ المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ : $f(x) = e^x - ln(x-1)$ . $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = 1cm$ و $\|\vec{i}\| = 0,5cm$

1) بين أنّ : $f(\alpha) = \alpha + \frac{1}{\alpha-1}$ ثمّ أعط حصرا لـ $f(\alpha)$ .

2) أ. بيّن من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]1;+\infty[$ أنّ : $f(x) = x\left(\frac{e^x}{x} - \frac{x-1}{x} \times \frac{ln(x-1)}{x-1}\right)$ .

ب. استنتج نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$ .

3) أحسب : $\lim\limits_{\substack{x\to1 \\ >}} f(x)$ ثمّ فسر النتيجة بيانيا .

4) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]1;+\infty[$ : $f'(x) = \frac{-g(x)}{x-1}$ ،

5) هل المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف ؟ علل .

6) شكل جدول تغيّرات الدالة $f$ ثمّ أنشئ المنحنى $(C_f)$ على المجال من $]1;e]$ .

7) أ. تحقق أنّ الدالة $x \mapsto (x-1)ln(x-1) - x$ هي دالة أصلية للدالة $x \mapsto ln(x-1)$ على المجال $]1;+\infty[$ .

ب. أحسب بالسنتمتر المربع المساحة $\mathcal{A}$ للحيّز المستوي الحدد بالمنحنى $(C_f)$ ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما : $x = 1,5$ و $x = 2$ .

**انتهى الموضوع الأول**

## الموضوع الثاني

**التمرين الأول : ( 04 نقاط )**

نعتبر في المستوي المركب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.النقط A ، B و C لواحقها:
$z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ و $z_C = z_A e^{i\frac{5\pi}{6}}$ على الترتيب .

1) حل في ي مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ : $z^2 - 2z + 4 = 0$ .

2) أحسب كلا من $|z_A|$ ، $|z_B|$ و $|z_C|$ ثمّ استنتج أنّ النقط A،B و C تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

3) أ. أكتب كلا من $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ على الشكل الأسي .

ب. أكتب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسي ثمّ استنتج طبيعة المثلث $ABO$ .

4) عيّن قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n$ حقيقي موجب تماما ثمّ اكتب $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^{2024}$ على الشكل الجبري .

5) عيّن مجموعة النقط من المستوي ذات اللاحقة $z$ حيث : $\left|\frac{iz-\sqrt{3}-i}{\bar{z}}\right| = 1$

**التمرين الثاني : ( 04.5 نقاط )**

**I.** نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$ .

- أدرس اتجاه تغيّر الدالة $f$ .

**II.** نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة بـــ : $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = f(u_n)$

1) أ. برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1 \leq u_n \leq 3$ .

ب. أدرس اتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ .

ج. هل المتتالية $(u_n)$ متقاربة ؟ برر اجابتك .

2) أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $3 - u_{n+1} \leq \frac{3}{4}(3 - u_n)$ .

ب. استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $0 \leq 3 - u_n \leq 2\left(\frac{3}{4}\right)^n$

ج. أحسب نهاية المتتالية $(u_n)$ .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

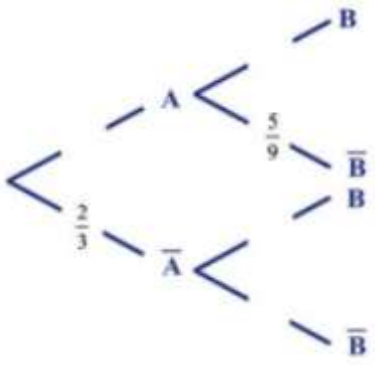
أ. بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $3(n+1) \leq S_n \leq 3(n+1) + 8\left(\left(\frac{3}{4}\right)^{n+1} - 1\right)$ .

ب. أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ .

**التمرين الثالث : (04.5 نقاط )**

يحتوي كيس $U_1$ على **خمس** كريات حمراء و**أربع** كريات بيضاء ، و يحتوي كيس $U_2$ على **أربع** كريات حمراء و **ثلاث** كريات بيضاء ،( الكريات كلها متماثلة و لانفرق بينها باللمس ) .

نرمي زهر نرد غير مزيف ، اذا تحصلنا على رقم مضاعف لـ 3 نسحب كريتين في آن واحد من الكيس $U_1$ ، وفي باقي الحالات نسحب كريتين على التوالي معارجاع الكرية المسحوبة من $U_2$ .




نسمي الحدث $A$ : " الحصول على رقم مضاعف لـ 3 "

$B$ : " الحصول على كريتين من نفس اللون "

1) أنقل شجرة الاحتمالات المقابلة ثمّ أكملها .

2) أحسب $P(B)$ .

3) علما أنّ الكريتين المسحوبتين من نفس اللون ماهو احتمال ان تكونا من الكيس $U_2$ .

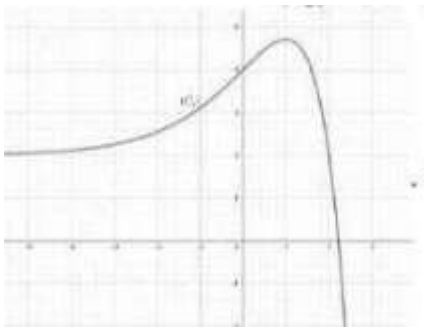
4) نعتبر المتغيّر العشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحبة العدد 2 في حال كانت الكريتان من نفس اللون و العدد 1- في حال كانت الكريتان مختلفتين في اللون .

أ. عرّف قانون احتمال المتغيّر العشوائي $X$ .

ب. بيّن أنّ $E(X) = \frac{205}{441}$ .

**التمرين الرابع : ( 07 نقاط )**

*I.* $g$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (2-x)e^x + 2$ . و $(C_g)$ تمثيلها البياني في مستو منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ . ( كما في الشكل )



1) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث : $2{,}21 < \alpha < 2{,}22$ .

2) بقراءة بيانية عيّن إشارة $g(x)$ ثمّ استنتج إشارة $g(-x)$ على $\mathbb{R}$

*II.* $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{x^2}{1+e^{-x}}$

، $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1) أحسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثمّ فسر بيانيا نتيجة النهاية الأخيرة .

2) أ بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x) = \frac{x.g(-x)}{(1+e^{-x})^2}$ .

ب. استنتج اتجاه تغيّر الدالة $f$ ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

ج. بيّن أنّ $f(-\alpha) = \alpha(\alpha-2)$ ثمّ أعط حصرا للعدد $f(-\alpha)$

3) أ. بيّن أنّ المعادلة $f(x) = 1$ تقبل حلا وحيدا $\beta$ حيث : $1{,}1 < \beta < 1{,}2$ .

ب. حل في المعادلة $E(f(x)) = 0$ حيث $E$ هي دالة الجزء الصحيح .

4) ليكن $(\Gamma)$ المنحنى الممثل للدالة $x \longmapsto x^2$ على $\mathbb{R}$ .

أ. بيّن أنّ : $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) - x^2] = 0$ ، ثمّ فسر النتيجة بيانيا .

ب. أدرس الوضعية النسبية للمنحنيين $(C_f)$ و $(\Gamma)$ .

5) أنشئ $(\Gamma)$ و $(C_f)$ . ( تعطى : $f(-\alpha) \approx 0.48$ )

6) ناقش بيانيا وحسب قيّم الوسيط الحقيقي الموجب تماما $m$ عدد حلول المعادلة : $f(x) = x^2 + ln(m)$ .

7) بيّن أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $0 \le f(x) \le x^2$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $\mathcal{A}$ الذي يمثل مساحة الحيز المستوي المحدد بـ $(C_f)$ ، محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x = 0$ و $x = 1$ .

**انتهى الموضوع الثاني .**