

## الموضوع الأول

### التمرين الأول: (04 ن)

1. نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ:  $u_0 = -3$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{9}{6-u_n}$ .  
 f الدالة العددية المعرفة على المجال  $]-\infty; 6[$  بـ :  $f(x) = \frac{9}{6-x}$ . (C) تمثيلها البياني و (Δ) المستقيم ذو المعادلة  $y = x$  في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (أنظر الشكل أدناه)  
 (أ) أعد رسم الشكل على الورقة ثم مثل على محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  دون حسابها موضحا خطوط الرسم وضع تخمينا حول اتجاه تغيرها و تقاربها  
 (ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n < 3$   
 (ت) ادرس تغيرات الدالة وهل هي متقاربة.

2. نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

- (أ) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول  
 (ب) أكتب بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $v_n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$   
 (ت) احسب المجموع :  $S_n = u_0 v_0 + u_1 v_1 + \dots + u_n v_n$

### التمرين الثاني: (05 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; i; j; k)$  ولتكن النقط  $A(0.1, -2); B(-1.0, -1); C(0, -5, -5)$

$$; D(6, -4, \frac{1}{2}). E(1, -4, -6)$$

1. بين أن  $ABC$  مثلث يطلب تعيين طبيعته واستنتج طبيعة الرباعي  $ABCE$   
 2. ليكن  $n(-3; 1; -2)$  شعاع ناظمي لـ  $(ABC)$ . اكتب معادلة ديكارتية له  
 3. أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل  $D$  وعمودي على  $(ABC)$ .  
 4. لتكن  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $D$  على  $(ABC)$ .  
 - عين احداثيات النقطة  $H$  واستنتج المسافة بين  $D$  و  $(ABC)$ .  
 5. لتكن  $(S)$  سطح الكرة التي معادلتها  $0 = x^2 + y^2 + z^2 - 12x + 8y - z - \frac{15}{4}$

- بين أن المستوي  $(ABC)$  مماسا لسطح الكرة في نقطة يطلب تحديدها

6. بين أن حجم الهرم  $ABCE$  يساوي 28 وحدة حجم

### التمرين الثالث: (04 ن)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; i; j)$  ، النقط  $D; C; B; A$  صور الأعداد المركبة

$$; z_D = 2 - 3i ; \quad z_C = 2 + 3i \quad ; \quad z_B = -2 - 4i ; \quad z_A = 2 + 4i$$

1. اكتب العدد المركب  $Z$  حيث  $Z = z_A + z_D + 1$  على شكله الأسّي والمثلثي

2. أحسب العدد  $\left(\frac{z}{\sqrt{2}}\right)^{2017}$

3. عين العدد  $z_F$  لاحقة النقطة  $F$  حيث  $\frac{z_F - z_A}{z_F - z_B} = i$  واستنتج طبيعة المثلث  $AFC$

4. عين مجموعة النقط  $M$  من المستوي صورة العدد المركب  $Z$  حيث:  $\arg\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$

### التمرين الرابع: (07 ن)

لتكن الدالة المعرفة  $\mathbb{R}$  على ب:  $g(x) = 2e^x - x - 2$

1. ادرس تغيرات الدالة  $g$

2. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  على المجال  $]-1.6, -1.5[$

3. احسب  $g(0)$  واستنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة  $\mathbb{R}$  على ب:  $f(x) = e^{2x} - (x + 1)e^x$  . نسمي  $(C)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

معلم متعامد  $(O; i; j)$

1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و فسر النتيجة الأولى بيانيا

2. تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = e^x g(x)$  . ادرس إشارة  $f$  وشكل جدول تغيراتها

3. أنشئ  $(C)$

4. باستعمال المكاملة بالتجزئة 'أثبت أن:  $\int_{\lambda}^0 (x + 1)e^x dx = -\lambda e^{-\lambda}$  مع  $\lambda$  عدد حقيقي سالب

5. استنتج مساحة الحيز المستوي المحدد بـ  $(C)$  وبمحور الفواصل والمستقيمين ذو المعادلتين :  $x = \lambda$  و  $x = 0$

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 ن)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; i; j; k)$  .  $A(6, -1, 4)$  و  $B(1, -5, 6)$  نقطتان من الفضاء حيث

$$\Delta \text{ و } \Delta' \text{ مستقيمان تمثيلا الوسيطى : } \begin{cases} x = 2t \\ y = -t + 2 \\ z = 3t - 5 \end{cases} / t \in \mathbb{R}$$

1. بين أن النقطة  $A$  تنتمي إلى المستقيم  $(\Delta)$
- ب . اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta')$  الذي يشمل النقطة  $B$  ويوازي المستقيم  $(\Delta)$
- ج . بين أن الشعاع  $\overline{AB}$  عمودي على  $(\Delta)$  و استنتج المسافة بين المستقيمين  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$

1. ليكن المستوي  $(p)$  الذي يحوي  $(\Delta)$  و  $(\Delta')$
- أثبت أن  $(p)$  معادلته  $10x - 19y - 13z - 27 = 0$

$$2. \text{ ليكن المستوي } (q) \text{ الذي تمثيلا الوسيطى : } \begin{cases} x = -2t + 4t' - \frac{9}{2} \\ y = 3t - 3t' + 6 \\ z = t + 4t' + 3 \end{cases} / t \in \mathbb{R} ; t' \in \mathbb{R}$$

أ . بين أن المستوي  $(q)$  هو المستوي المحوري للقطعة  $[AB]$

ب . تحقق أن المستويين  $(p)$  و  $(q)$  متعامدان و استنتج التمثيل الوسيطى لمستقيم تقاطعهما.

### التمرين الثاني: (05 ن)

1. أ . عين الجذران التربيعيان للعدد المركب  $z_1 = 3 + 4i$  حيث
- ب . حل في مجموعة الأعداد المركبة  $(z^2 + 1)(z^2 - 3 - 4i) = 0$  : المعادلة ذات المجهول المركبة  $z$
2. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  , نعتبر النقط  $A, B, C, D, E$  التي لواحقها على الترتيب  $z_A = 2 + i, z_B = 2 - i, z_C = i, z_D = -i, z_E = -3i$  على الترتيب
- أ . أكتب العدد المركب  $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$  على الشكل الأسى .
- ب . استنتج طبيعة المثلث  $ABC$
3. أ . عين العبارة المركبة للتشابه المباشر  $S$  الذي يحقق  $S(C) = C$  و  $S(A) = B$  محددًا نسبه وزاويته
- ب . عين صورة القطعة المستقيمة  $[AB]$  بالتشابه  $S$
- ج . استنتج مساحة المثلث  $BCE$  بالتشابه  $S$
4. عين  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي ذات اللاحقة  $z$  حيث  $iz = 1 + 2ie^{i\theta}$  لما  $\theta$  يمسح المجموعة  $\mathbb{R}$

**التمرين الثالث: (04 ن)**

1. نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ  $u_1 = e^2$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم:  $u_{n+1} = e^{\frac{-1}{2}} \sqrt{u_n}$ 
  - أحسب كل من  $u_2$  و  $u_3$
2. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم:  $u_n > \frac{1}{e}$ .
3. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n: \frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$  واستنتج اتجاه تغير  $(u_n)$
4. نضع من أجل كل  $n \in \mathbb{N}^*$ :  $v_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln u_n$ 
  - أ. بين أن  $(v_n)$  هندسية أساسها  $q = \frac{1}{2}$
  - ب. عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن  $u_n = e^{6(\frac{1}{2})^{n-1}}$
5. أحسب الجداء  $p_n = u_1 \times u_2 \times \dots \times u_n$  :

**التمرين الرابع: (07 ن)**

- لتكن  $g$  دالة عددية معرفة على  $]0, +\infty[$  بـ:  $g(x) = 2 - \frac{3x}{x^2} - 1 = \frac{2x^2 - 3x - x^2}{x^2}$
1. ادرس تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها
  2. بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1 < \alpha < \sqrt{2}$  ثم استنتج إشارة  $g$
  - نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]0, +\infty[$  بـ:  $f(x) = \frac{-x}{3} + \frac{\ln x}{x^2}$  .  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; i; j)$
  1. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
  2. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما  $x$ :  $f'(x) = \frac{g'(x)}{x^3}$  وشكل جدول تغيرات الدالة  $f$
  3. بين أن  $(T)$  الذي معادلته  $y = \frac{-x}{3}$  مقارب لـ  $(C_f)$  عند  $+\infty$  وادرس وضعيته بالنسبة لـ  $(C_f)$
  4. أنشئ  $(C_f)$  و  $(T)$  (نأخذ  $\alpha \approx 1.4$ )
  5. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  عدد حلول المعادلة:  $mx^2 - \ln x = 0$

انتهى الموضوع الثاني