

# الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبية

الشعبة : العلوم التجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات

3 :

أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

## التمرين الأول :

ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .  $A$   $B$   $C$  التي لواحقها على

$$\text{الترتيب } z_C = -1 - i \quad z_B = -1 - \sqrt{3} \quad z_A = 1 + i$$

$$(1) \quad L = \frac{z_A - z_B}{z_C - z_B} : \text{ على الشكل الجبري ثم على شكله الأسّي .}$$

$$(\vec{i}; \overline{OA}) = (\overline{BC}; \overline{BA}) :$$

$$(2) \quad \cdot \left[ \left( \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} \right) L \right]^{2011}$$

$$(3) \quad \text{عين } z_D \quad D \quad A \text{ بالتشابه الذي مركزه } C \text{ وزاويته } -\frac{\pi}{6} \text{ ونسبته } \left( \frac{\sqrt{3}+1}{2} \right)$$

(ب) ما طبيعة الرباعي  $ABCD$ .

$$(ج) \text{ بين أن } \frac{AC}{BC} = \frac{BD}{AB} = \sqrt{2}$$

## التمرين :

$$\text{نعتبر المتتالية } (u_n) : u_0 = 2 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n \quad u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n + 2}$$

$$(1) \quad u_3 \quad u_2 \quad u_1$$

(أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$   $u_n > 0$ .

(ب) عين اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج أنها متقاربة.

$$(3) \quad \text{نعتبر المتتالية } (v_n) \quad \text{أجل كل عدد طبيعي } n \quad v_n = \frac{u_n + 1}{u_n}$$

(أ) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها 2.

$$(ب) \text{ عين عبارة } v_n \quad n \text{ ثم بين أن } u_n = \frac{1}{3 \times 2^{n-1} - 1}$$

(ج) احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

التمرين الثالث :

تتين  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

$$B(3; -1; 0) \quad A(2; 1; -2)$$

$$x - y + 2z - 3 = 0 \quad (P) \quad \vec{u}(1; 2; -1)$$

ملاحظة : الأسئلة مستقلة عن بعضها.

$$\|4\vec{MA} - 2\vec{MB}\| = 3 \quad (1) \quad \text{عين العناصر المميزة لمجموعة النقط } M$$

$$\cdot (P) \quad A \quad H \quad (2) \quad \text{عين إحداثيات النقطة } H$$

(3) نعتبر المستقيم  $(D)$  الذي يمر بالنقطة  $A$  ويوازي الشعاع  $\vec{u}$  والمستقيم  $(D')$  الذي تمثيله الوسيط

$$\cdot \quad \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = t \end{cases} \quad \text{بين أن المستقيمين } (D) \quad (D')$$

(4) عين معادلة المجموعة  $(\Gamma)$  من الفضاء المتساوية المسافة عن كل من  $A$   $B$ .

$$\cdot (P) \quad \frac{1}{2} \quad (5) \quad \text{عين وضعية سطح الكرة الذي مركزه } B$$

التمرين الرابع :

$$\text{-I} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \quad \text{بين أن } \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$$

$$\text{-II} \quad g(x) = 2x - 1 - \ln x : ]0, +\infty[$$

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$$

(2) ثم استنتج اتجاه تغيراتها.

$$(3) \quad \text{شكل جدول تغيرات الدالة } g(x) \quad ]0, +\infty[$$

$$(4) \quad \text{بين أن المعادلة } g(x) = 1 \text{ تقبل حلا وحيدا } \alpha \quad ]0.1; 0.3[$$

$$\text{-III} \quad f(x) = x^2 \left(1 - \frac{\ln x}{x}\right) : ]0, +\infty[ \quad (C_f) \quad \text{تمثيلها البياني في مستو}$$

$$\cdot (O; \vec{i}; \vec{j})$$

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

$$(2) \quad \text{بين } f'(x) = g(x) \quad ]0, +\infty[$$

$$(3) \quad \text{استنتج اتجاه تغير الدالة } f \text{ ثم شكل جدول تغيراتها وأن النقطة التي فاصلتها } \frac{1}{2} \cdot (C_f)$$

$$(4) \quad \text{عين معادلة المماس } (\Delta) \quad (C_f) \text{ عند النقطة التي فاصلتها } 1 \text{ ثم حدد وضعية } (\Delta) \cdot (C_f)$$

$$(5) \quad M \quad (C_f) \text{ فاصلتها } x \text{ عين نهاية معامل توجيه المستقيم } (OM) \text{ يؤول إلى } 0 \text{ عن اليمين.}$$

$$(6) \quad (\Delta) \quad (C_f)$$

$$(7) \quad \text{أ) بين أن معادلة المماس للمنحنى } (C_f) \text{ عند النقطة التي فاصلتها } \alpha \text{ هي } y = x - \alpha^2 + \alpha$$

$$\text{ب) ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي } m : x^2 - x(1 + \ln x) - m = 0$$

## التمرين الأول :

1) تبين : المعادلة التالية:  $(z + \sqrt{3} - 3i)(z^2 - 6z + 12) = 0$ .

2) ينسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .  $A$   $B$   $C$  التي لواحقها على

الترتيب  $z_A = 3 + i\sqrt{3}$   $z_B = 3 - i\sqrt{3}$   $z_C = -\sqrt{3} + 3i$ .

(  $z_C$   $z_A$  على الشكل المثلثي ثم استنتج طبيعة المثلث  $OAC$ .

(ب) احسب قيمة العدد المركب :  $\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1432} + \left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{1432}$ .

3) بين أن المستقيمين  $(AD)$   $(BC)$  متعامدين حيث النقطة  $D$  هي نظيرة النقطة  $C$

4) عين نسبة وزاوية التشابه  $S$   $E(3 - \sqrt{3}; 0)$  ويحول النقطة  $A$   $C$ .

5) بين أن النقط  $A$   $E$   $O$   $C$  تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيينها.

## التمرين الثاني :

نعتبر المتتالية  $(u_n)$  :  $u_0 = 3$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$   $3u_{n+1} = u_n + 4n + 4$ .

1)  $u_3$   $u_2$   $u_1$

2) (أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$   $u_n > 0$ .

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n \geq 1$   $u_n > \frac{4}{3}n$ .

(ج) استنتج نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

3) نعرف المتتالية  $(v_n)$  ب: من أجل كل عدد طبيعي  $n$   $v_n = u_n - 2n + 1$ .

(أ) برهن أن المتتالية  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

(ب) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$   $u_n = 4\left(\frac{1}{3}\right)^n + 2n - 1$ .

(  $S_n$  المعروف من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$ .

(يمكن ملاحظة أن  $(u_n)$  هي عبارة عن مجموع متتاليتين إحداها  $(v_n)$ ).

4) نعتبر المتتالية  $(w_n)$  :  $w_0 = -1$  و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$   $nw_n = (n+1)w_{n-1} + 3$ .

(  $w_4$   $w_3$   $w_2$   $w_1$  . ما تخمينك حول طبيعة هذه المتتالية ؟

( برهن على طبيعة المتتالية  $(w_n)$  .  $w_{1006}$ .

## التمرين الثالث :

ينسب الف  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ .

من بين الأجوبة المقترحة توجد إجابة صحيحة واحدة. اختر الإجابة الصحيحة . تعليل.

$A(3; -2; 2)$   $B(6; 1; 5)$   $C(6; -2; -1)$   $D(0; 4; -1)$ .

1)  $ABC$  :

(أ) قائم و متقايس الساقين (ب) قائم في  $B$

2)  $(P)$  الذي معادلته  $x + y + z - 3 = 0$

( يعامد المستقيم  $(AB)$  ويمر بالنقطة  $C$  ) يعامد المستقيم  $(AB)$  ويمر بالنقطة  $A$  . (ج) يوازي  $(AB)$  .

3)  $(P)$  العمودي على المستقيم  $(AC)$  ويمر بالنقطة  $A$  هي :

$x + z - 5 = 0$  (  $x - z + 1 = 0$  (  $2x - 2z = 2$  (

(4) التمثيل الوسيطى للمستقيم ( $\Delta$ ) ( $P$ ) ( $P'$ ) هو:

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-2t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-2t \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} x = 3+2t \\ y = 3+t \\ z = t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

(5) قيم ( $AD$ )

( $ABC$ ) ( $ABD$ ) ( $BCD$ )

(6)  $ABCD$  هو

( $54uv$ ) ( $81uv$ ) ( $27uv$ )

(7) الزاوية الهندسية  $BDC$  قياسها

( $\frac{3\pi}{4}$ ) ( $\frac{\pi}{3}$ ) ( $\frac{\pi}{4}$ )

(8) المسافة بين النقطة  $A$  ( $BDC$ )

( $3$ ) ( $\sqrt{6}$ ) ( $3\sqrt{3}$ )

التمرين الرابع :

I-  $g(x) = e^{x-2} + 1 - x$  :  $g$

(1) بين أن  $g$  على  $g'(x)$

(2) عين اتجاه تغير الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها ( النهايات غير مطلوبة)

(3)  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$ .

II-  $f(x) = x - 1 + \frac{x}{e^{x-2}}$  :  $f$

( $O; \vec{i}; \vec{j}$ )

(1)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$   $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

( $C_f$ )  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-1)]$

(2) بين أن  $f$   $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{x-2}}$

(3) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  يراتها وأن النقطة التي فاصلتها 2 ( $C_f$ )

(4) بين أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مماسا ( $\Delta$ ) معامل توجيهه 1، يطلب تعيين معادلته.

(5) بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha \in ]0.1; 0.2[$ .

(6) ( $\Delta$ ) ( $C_f$ )

(7) أ) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$  :  $\frac{x}{e^{x-2}} = m + 1$  : (1).....

ب) بين أنه إذا كانت المعادلة (1) تقبل حلين  $\beta$   $\gamma$   $\beta e^\gamma = \gamma e^\beta$ .

(8)  $h(x) = (x-1)(1+e^{3-x})$  :  $h$  ( $C_h$ )

أ) بين أن  $h(x) = f(x-1) + 1$  ثم استنتج كيفية إنشاء ( $C_h$ ) ( $C_f$ )

( $C_h$ )