

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول: (5 نقاط)

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء و 5 كرات حمراء (لا نميز بينها عند اللمس) .

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من هذا الصندوق

1) نعتبر الحادثتين التاليتين :

A : (الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون) .

B : (الحصول على ثلاث كرات مختلفة مثنى مثنى) .

بين أن :

$$P(B) = \frac{3}{11}$$

$$P(A) = \frac{3}{44}$$

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط بكل سحابة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها :

أ) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X

ب) حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X وأسب الأمل الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني : (5 نقاط)

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$ النقطتين A و B لاحقتهما $\vec{z}_A = 4 + 2i$ و $\vec{z}_B = 3 - i$

1) أكتب على الشكل الجبري ثم على الشكل المثلثي العدد المركب $\frac{\vec{z}_B - \vec{z}_A}{\vec{z}_B}$

1 من 6

E) إستنتج طبيعة المثلث ABO

2) نعتبر التحويل النقطي R في المستوي الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها $\vec{z}$ النقطة M' لاحقتها $\vec{z}'$ والذي

يحول النقطة A إلى B ويحول النقطة B إلى O .

(ج) بيّن أنّ العبارة المركبة للتحويل النقطة R هي: $z' = -iz + 1 + 3i$.

(د) عيّن طبيعة التحويل R وعناصره المميزة.

(أ) عيّن z_C لاحقة النقطة C صورة النقطة O بالتحويل R .

(أ) إستنتج طبيعة الرباعي $ABOC$.

(أ) عيّن مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z حيث: $|z - 4 - 2i| = |z|$.

(ج) من أجل $z \neq 2 + i$ نضع: $L = \frac{z' - 2 - i}{z - 2 - i}$ بيّن أنّ: $L = -i$.

(د) عيّن قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون L^n عدداً حقيقياً.

(أ) بيّن أنّ: $(z' - 2 - i)^2 + (z - 2 - i)^2 = 0$.

التمرين الثالث: (6 نقاط)

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]1, +\infty[$ حيث: $g(x) = x^2 - 2x - 4 \ln(x-1)$ (حيث $\ln$: اللوغاريتم النيبيري)

(Γ) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.

(1) بقراءة بيانية للمنحنى (Γ) عيّن عدد حلول المعادلة: $g(x) = 0$.

(2) أحسب $g(2)$ ثم بين أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $2,87 < \alpha < 2,88$.

(3) إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $]1, +\infty[$.

(II) لتكن الدالة f المعرفة على $]1, +\infty[$ حيث: $f(x) = x - 3 + \frac{4 \ln(x-1)}{x-1} + \frac{5}{x-1}$.

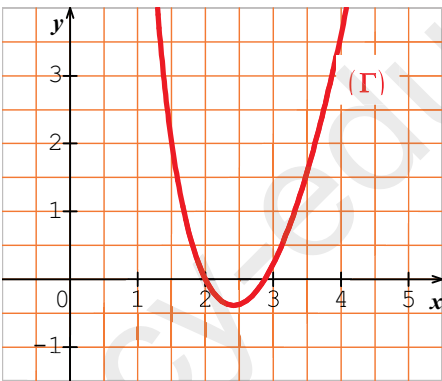
(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(1) أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة بيانياً ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.

(ج) (2) بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 3$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

(د) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

(ج) (3) بيّن أنّه من أجل كل x من $]1, +\infty[$ لدينا: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$.



٤) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

4) أرسم المستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) (نأخذ : $f(\alpha) = 3,9$)

5) لتكن الدالة h المعرفة على $]1, +\infty[$ كما يلي : $h(x) = [\ln(x-1)]^2$

٢) أحسب $h'(x)$ ، ثم إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1, +\infty[$

٤) أحسب التكامل $\int_2^5 f(x) dx$ ، ثم فسر النتيجة بيانياً .

التمرين الرابع : (4 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N كما يلي : $u_0 = e$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$

حيث : e هو أساس اللوغاريتم النيبيري .

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث $v_n = \ln u_n$:

١) بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

٤) أكتب v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n

2) من أجل كل عدد طبيعي n : نضع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ، $P_n = u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n$

٢) أثبت أنّ : من أجل كل عدد طبيعي n : $P_n = e^{S_n}$

٤) أكتب عبارة S_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة P_n بدلالة n

١) عيّّن نهاية المتتالية (S_n) ، إستنتج نهاية المتتالية (P_n)

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس. $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

ليكن (P_1) المستوي الذي معادلته: $-2x + y + z - 6 = 0$ و (P_2) المستوي الذي معادلته: $x - 2y + 4z - 9 = 0$.
(1) أثبت أن: (P_1) و (P_2) متعامدان.

(2) ليكن (D) المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيط: $\begin{cases} x = 2t - 7 \\ y = 3t - 8 \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

أثبت أن المستقيم (D) هو تقاطع المستويين (P_1) و (P_2) .
(3) لتكن M_t نقطة كيفية من المستقيم (D) إحداثياتها $M_t(2t - 7, 3t - 8, t)$ ولتكن A النقطة التي إحداثياتها $A(-9, -4, -1)$.
ولتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(t) = AM_t^2$.
(4) أكتب $f(t)$ بدلالة t .

(5) أدرس اتجاه تغير الدالة f ؛ استنتج قيمة للعدد الحقيقي t_0 التي من أجلها تكون المسافة AM أصغر.

ثم عيّن إحداثيات النقطة $I = M_{t_0}$.

(6) أثبت أن النقطة I هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D) .

(7) (D) والعمودي على المستقيم AM الذي يشمل (Q) عيّن معادلة ديكرتية للمستوي (Δ) .

التمرين الثاني: (3 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = 9$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 3$.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n حيث: $v_n = u_n + 6$.

(1) بين أن (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

(2) أكتب v_n بدلالة n ؛ ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

(3) نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ و $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

أحسب S_n بدلالة n ثم إستنتج S'_n بدلالة n .

(2) نعرف المتتالية (w_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $w_n = \ln(v_n)$ (حيث: $\ln$ اللوغاريتم النيبيري).

(3) بيّن أن (w_n) متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

(4) أحسب بدلالة n المجموع: $S''_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$; إستنتج النهاية $\lim_{n \rightarrow +\infty} S''_n$.

التمرين الثالث : (6 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

تُعطى النقط A ، B ، C ، D التي لواحقتها $\mathcal{Z}_A = -2$ ، $\mathcal{Z}_B = 2$ ، $\mathcal{Z}_C = -1+i$ ، $\mathcal{Z}_D = 1-3i$.

(1) أثبت أن D هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,5); (B,3); (C,-6)\}$.

(2) عيّن مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة $\mathcal{Z}$ حيث: $|\mathcal{Z}+2| = |\mathcal{Z}+1-i|$.

(3) أكتب العدد المركب $\frac{\mathcal{Z}_D - \mathcal{Z}_B}{\mathcal{Z}_C - \mathcal{Z}_B}$ على الشكل الآسي ثم إستنتج طبيعة المثلث BCD .

(4) أكتب العدد المركب $\frac{\mathcal{Z}_D - \mathcal{Z}_A}{\mathcal{Z}_C - \mathcal{Z}_A}$ على الشكل الآسي.

(5) إستنتج أن D هي صورة C بتحويل نقطي f يُطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة.

(6) إستنتج $|\mathcal{Z}_A - \mathcal{Z}_B|$ حيث B هي صورة B بالتحويل f ثم أحسب عندئذ مساحة المثلث ABB' .

(7) لتكن النقطة Ω ذات اللاحقة $\mathcal{Z}_\Omega = -\frac{1}{2}$. عيّن العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه Ω ويحول D إلى C .

التمرين الرابع : (7 نقاط)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = 1 - e^{2x} - 2x e^{2x}$.

(1) عيّن نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$.

(2) أدرس إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

(3) أحسب $g(0)$ ثم إستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

(4) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x + 3 - x e^{2x}$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

٢) عيّن نهاية الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

٣) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) يُطلب تعيين معادلة له.

٤) أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

٥) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = g(x)$.

٦) إستنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

٧) بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β حيث: $-3,5 < \alpha < -3$ و $0,5 < \alpha < 1$.

٨) أرسم المستقيم (Δ) والمنحني (C_f) .

٩) دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $h(x) = \frac{1+3x-e^{\frac{2}{x}}}{x}$.

١٠) بيّن أنّ من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $h(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.

١١) أحسب $h'(x)$ ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة h وشكل جدول تغيراتها.

وفق الله الجميع

متمنين منكم الدعاء خالص الدعاء