

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان بكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

الشعبة: علوم تجريبية

المدة: 03 ساعات و نصف

ثانوية وادي الجمعة

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين:

الموضوع الاول

التمرين الاول:

الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; I; J; K)$. نعتبر النقط $A(-2; 0; 0), B(0; -2; 0), C(0; 0; -2)$ و I منتصف القطعة $[AB]$

1- أ- بين ان النقط A, B, C تعين مستوي نرسم له بالرمز (Q)

ب- اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (Q)

2- (P) المستوي الذي يشمل I و يعامد الشعاع \overrightarrow{AB}

أ- اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (P) , ماذا يمثل المستوي (P)

ب- بين ان المستويين (P) و (Q) متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يشمل النقطة C و ان الشعاع $\vec{U} = \vec{I} + \vec{J} - 2\vec{K}$ شعاع توجيه له ثم

اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)

3- أ- بين ان الشعاعين \overrightarrow{AI} و \overrightarrow{CI} متعامدان

ب- استنتج المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ)

4- أ- تحقق ان الرباعي $OAIC$ هو رباعي وجوه

ب- احسب المسافة $d(O; (Q))$ ثم احسب حجم رباعي الوجوه $OAIC$

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n ب: $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + \frac{1}{3}n + 1$

1- احسب الحدود $U_1; U_2; U_3$ ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n)

2- أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $U_n \leq n + 3$

ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n)

ج- استنتج ان (U_n) محدودة من الاسفل. هل يمكن القول ان (U_n) متقاربة؟

3- نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $V_n = U_n - n$

أ- بين ان المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول

ب- عبر عن V_n بدلالة n ثم U_n بدلالة n ثم احسب نهاية المتتالية (U_n)

ج- احسب بدلالة n المجموع: $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_n$

4- ا- لتكن المتتالية (T_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة: $T_n = \ln(V_n)$

ب- برهن ان المتتالية (T_n) حسابية يطلب تعيين اساسها و حدها الاول

ج- احسب بدلالة n المجموع: $A_n = T_0 + T_1 + T_2 + \dots + T_n$ ثم استنتج الجداء: $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$

التمرين الثالث:

المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس (O; U; V) (وحدة الرسم 4cm) لتكن النقطة A ذات الاحقة $Z_A = i$

$$Z_B = e^{-i\frac{5\pi}{6}}$$
 و B ذات الاحقة

1- ليكن R الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{2\pi}{3}$. نسمي C صورة النقطة B بالدوران R

أ- اكتب العبارة المركبة للتحويل R

ب- احسب لاحقة النقطة C Z_C

ج- اكتب Z_B و Z_C على الشكل الجبري

د- انشئ النقط $A; B; C$

2- لتكن D مرجح الجملة $\{(A, 2); (B, -1); (C, 2)\}$

أ- عين Z_D لاحقة النقطة D ثم انشئها

ب- بين ان النقط A, B, C و D تنتمي الى نفس الدائرة

3- ليكن h التحاكي الذي مركزه A و نسبته 2. نسمي E صورة النقطة D بواسطة التحاكي h

أ- بين ان لاحقة النقطة E هي: $Z_E = \sqrt{3}$

ب- اكتب العبارة المركبة للتحويل h

4- احسب النسبة $\frac{Z_D - Z_C}{Z_E - Z_C}$ و اكتب النتيجة على الشكل الاسي

ب- استنتج طبيعة المثلث CDE

التمرين الرابع:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ب: $f(x) = x + 2 - 2\ln|2x + 1|$ و (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (O; I; J)

1- 1- احسب كلا من $f(-4), f\left(-\frac{5}{4}\right), f\left(\frac{3}{2}\right), f(3)$

ب- احسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة التعريف

ج- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

د- بين ان (C) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها a حيث: $-\frac{5}{4} < a < -1$

2- g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ب: $g(x) = \frac{3}{2} + \left|x + \frac{1}{2}\right| - \ln(2x + 1)^2$ و (Γ) تمثيلها البياني

أ- اثبت ان (Γ) يقبل المستقيم ذو المعادلة: $y = -\frac{1}{2}$ كمحور تناظر له

ب- انشئ (Γ) باستعمال (C)

ج- عين معادلة المستقيم (D) المماس ل (Γ) و الذي معامل توجيهه 1

ح- ناقش بياني و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة: $g(x) = x + m$

3- باستعمال المكاملة بالتجزئة جد دالة اصلية للدالة $\ln(2x + 1)$ على المجال $h: \rightarrow \ln(2x + 1)$ و التي تنعدم عند 0

ت- β عدد حقيقي حيث: $-\frac{1}{2} < \beta < \frac{3}{2}$ احسب مساحة الحيز المستوي $A(\beta)$ المحدد ب (C) و المستقيمت $x = \beta, x = \frac{3}{2}, y = 0$

ثم احسب $A(\beta)$ عندما يؤول β الى $-\frac{1}{2}$

الموضوع الثاني

التمرين الاول:

الفضاء مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; I; J; K)$. نعتبر النقط $C(3; 2; 4), B(-3; -1; 7), A(2; 1; 3)$

1- بين ان النقط $A; B; C$ تعين مستوي

2- ليكن (D) المستقيم الذي تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases}$ حيث: $t \in \mathbb{R}$

أ- بين ان المستقيم (D) عمودي على المستوي (ABC)

ب- اكتب معادلة ديكرتية للمستوي (ABC)

3- أ- لتكن H نقطة تقاطع (D) و المستوي (ABC)

ب- بين ان H هي مرجح الجملة $\{(A, -2); (B, -1); (C, 2)\}$

4- أ- عين طبيعة (E) مجموعة النقط M التي تحقق: $(\vec{MB} - \vec{MC}) \cdot (-2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC}) = 0$

ب- عين طبيعة (F) مجموعة النقط M التي تحقق: $\| -2\vec{MA} - \vec{MB} + 2\vec{MC} \| = \sqrt{29}$ و حدد عناصرها المميزة

ج- ادرس تقاطع المجموعتان (E) و (F)

التمرين الثاني:

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; 2]$ كما يلي: $f(x) = \frac{2x+3}{x+2}$

1- أ- ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0; 2]$

ب- انشئ (C) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد و متجانس $(O; I; J)$ الوحدة على المحورين $4cm$

ج- برهن انه من اجل كل $x \in [0; 2]$ فان $f(x) \in [0; 2]$

2- أ- نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة ب: $U_0 = 0$ و من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $U_{n+1} = f(U_n)$

ب- مثل ثلاثة حدود الاولى من المتتالية (U_n) على محور الفواصل و ذلك بالاستعانة بالمنحني (C) و المستقيم (D) ذو المعادلة

$$y = x$$

ج- ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها

3- أ- برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $0 \leq U_n \leq \sqrt{3}$ و $U_n < U_{n+1}$

ب- هل المتتالية (U_n) متقاربة؟ علل.

4- أ- تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي n لدينا: $U_{n+1} - \sqrt{3} = \frac{2-\sqrt{3}}{U_{n+2}}(U_n - \sqrt{3})$

ب- عين عددا حقيقيا k من $]0; 1[$ بحيث: $|U_{n+1} - \sqrt{3}| \leq k|U_n - \sqrt{3}|$

5- أ- بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $|U_n - \sqrt{3}| \leq k^n |U_0 - \sqrt{3}|$

ب- استنتج نهاية المتتالية (U_n)

التمرين الثالث:

- 1- حل في مجموعة الاعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول المركب Z التالية: $(z - 2)(z^2 + 2z + 4) = 0$
- 2- نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; U; V)$ النقط: C و A, B التي لواحقها على الترتيب:

$$z_A = -1 + i\sqrt{3}; z_B = -1 - i\sqrt{3}; z_C = 2$$

- أ- بين ان: $e^{i\frac{\pi}{3}} = \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC
- ب- عين لاحقة المركز و نصف قطر الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC ثم ارسمها
- 3- أ- عين الطبيعة و العناصر المميزة للمجموعة (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات الاحقة Z و التي تحقق:
$$2(Z + \bar{Z}) + Z\bar{Z} = 0$$

ب- تحقق ان A و B تنتميان الى (Γ)
- 4- أ- ليكن R الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{3}$
ب- عين لاحقة B' صورة النقطة B بالدوران R
ج- عين لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$
د- عين صورة المجموعة (Γ) بالدوران R

التمرين الرابع:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R} - \{2\}$ ب: $f(x) = \frac{x}{x-2} + \frac{\ln(x-2)^2}{x-2}$ (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O; I; J)$

حيث: $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1 \text{ cm}$

- 1- احسب نهاية الدالة f عند حدود مجموعة التعريف ثم فسر النتيجة هندسيا
- 2- أ- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها
ب- بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا a حيث: $a \in \left] \frac{5}{2}; \frac{9}{4} \right[$
ج- ادرس الوضع النسبي ل (C) بالنسبة الى المستقيم ذو المعادلة $y = 1$
د- بين ان النقطة $\omega(1; 2)$ مركز تناظر للمنحني (C)
- 3- أ- احسب $f(-1)$ و $f(-2)$ ثم ارسم المنحني (C)
ب- ناقش بياني و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $(m - 1)x - 2m - \ln(x - 2)^2 = 0$
- 4- ليكن θ عدد حقيقي اكبر من 3
أ- احسب $s(\theta)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C) و المستقيمت التي معادلاتها: $x = \theta, y = 1$ و $x = 3$
ب- حل المعادلة ذات المجهول θ التالية: $s(\theta) = 24$

أساتذة المادة يتمنون لكم النجاح في شهادة البكالوريا