ثانوية : حاسي مفسوخ	السنة الدراسية : 2015/ 2016
الشعبة : علوم تجريبية	المدة : 3سا و 30 د

امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

في الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$. نعتبر النقط $A(1;-2;-1)$ ، $B(3;-5;-2)$ ، $C(-2;0;1)$ و $D(-3;1;1)$ و المستوي (P) الذي معادلته : $4x+y+5z+3=0$

- لكل سؤال من الأسئلة التالية **جواب واحد صحيح فقط** . عين **الإجابة الصحيحة** مع التعليل

1. تمثيل وسيطي للمستقيم (AB) هو :

أ) $\begin{cases} x=-2\alpha+3 \\ y=-3\alpha-5 \\ z=\alpha-2 \end{cases} ;\alpha\in\mathbb{R}$	، ب) $\begin{cases} x=-2\alpha+1 \\ y=-3\alpha-2 \\ z=-\alpha-1 \end{cases} ;\alpha\in\mathbb{R}$	، ج) $\begin{cases} x=2\alpha+1 \\ y=-3\alpha-2 \\ z=-\alpha-1 \end{cases} ;\alpha\in\mathbb{R}$

2. المستقيمين (AB) و (CD):

أ) متوازيان	، ب) ليسا من نفس المستوي .	، ج) متقاطعان

3. وضعية المستقيم (AB) و المستوي (P)

أ) المستقيم (AB) عمودي على المستوي (P)	ب) المستقيم (AB) محتوى في المستوي (P)	ج) المستقيم (AB) موازي للمستوي (P)

4. معادلة المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$ هي :

أ) $2x-3y-z-16=0$	، ب) $2x-3y+z-13=0$	، ج) $2x-3y-z+16=0$

التمرين الثاني : (04,5نقاط)

I) $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث :

$$P(z)=(z-1-\sqrt{3}-i)(z^2-2z+5)$$

1 . حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2 . في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$

II)نعتبر النقط : A ، B ، C ذات اللواحق: $z_A=1+2i$ ، $z_B=1+\sqrt{3}+i$ ، $z_C=1-2i$ على الترتيب

أ) أكتب العدد المركب $\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ على الشكل الجبري ، ثم على الشكل الأسي .

ب) استنتج طبيعة التحويل النقطي S الذي مركزه B و يحول النقطة A الى النقطة C ، مبينا عناصره المميزة .

ت) استنتج طبيعة المثلث ABC

3 . أ) عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z والتي تحقق : $\left|\bar{z}-1+2i\right|=2$.

ب)عين (Γ') صورة (Γ) بواسطة التحويل النقطي السابق S .

التمرين الثالث : ($04,5$ نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الاول $u_0 = 3$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{u_n^2+1}{2}}$

1 . برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$

2 . أ) بين أن $u_{n+1} - u_n = \dfrac{1-u_n^2}{2\left(\sqrt{\dfrac{u_n^2+1}{2}} + u_n\right)}$

ب) استنتج اتجاه تغير (u_n).

ث) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم أحسب نهايتها .

3 . نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_n^2 - 1$

أ) بين أن (v_n) متتاليه هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول .

ب) أكتب بدلالة n كلا من v_n و u_n ، ثم احسب $\lim u_n$

ت) أحسب بدلالة n كلا من $S_n = u_0^2 + u_1^2 + u_2^2 + ... + u_n^2$ و $P_n = \dfrac{1}{v_0} \times \dfrac{1}{v_1} \times \dfrac{1}{v_2} \times ... \times \dfrac{1}{v_n}$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ : $g(x) = (x-1)^2 - 2\ln(x-1)$

1) أحسب نهايات g عند أطراف مجموعة تعريفها.

2) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها .

3) استنتج إشارة $g(x)$ على $]1;+\infty[$

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]1;+\infty[$ بـ : $f(x) = \dfrac{x-1}{2} + \dfrac{1+\ln(x-1)}{x-1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.(الوحدة $2cm$)

1) أ. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)$ فسر النتيجة الاخيرة هندسيا . (تذكير : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$)

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]1;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{2(x-1)^2}$

ج. أستنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب) حدد وضعية بالنسبة (C_f) إلى (Δ)

3) تحقق أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,34 < \alpha < 1,35$

4) أنشئ (Δ) و (C_f)

III) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $]-1;+\infty[$: $h(x) = \dfrac{1}{2}\left(\ln(x-1)\right)^2$

أ) بين أن الدالة h دالة أصلية للدالة: $x \mapsto \dfrac{\ln(x-1)}{x-1}$

ب) عين F الدالة الأصلية للدالة f على المجال $]1;+\infty[$ التي تحقق : $F(2) = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

نعتبر النقط $A(1;1;3)$ ، $B(-3;1;1)$ و $C(-1;-1;0)$

1) أ – بين ان النقط A ، B و C تعين مستوي.

ب – عين الاعداد الحقيقية α و β حتى يكون الشعاع $\vec{n}(1;\alpha;\beta)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC)

ج – أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

2) لتكن (S) مجموعة النقط $M(x\,;y\,;z)$ من الفضاء حيث : $x^2+y^2+z^2-2x+4y-2z-3=0$

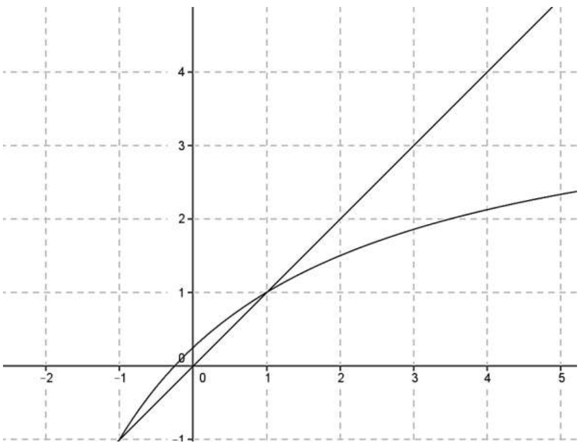
أ) أثبت أن (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها Ω ونصف قطرها R .

ب) أوجد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (D) المار من Ω و العمودي على (ABC) .

ت) عين H نقطة تقاطع (ABC) و (D) .

3) بين ان المستوي (ABC) وسطح الكرة (S) متقاطعان وفق دائرة (Γ) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الثاني : (04,5 نقاط)



f دالة عددية معرفة على $[0;5]$ بـ: $f(x)=\dfrac{4x+1}{x+4}$

(C) هوالتمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i}\,;\vec{j}\right)$ و (Δ) المنصف الأول كما هو مبين في الشكل(أعد رسم البيان على ورقةالاجابة)

1 . حدد اتجاه تغيرات الدالة f على المجال $[0;5]$

2 . نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي :

$$\begin{cases} u_0=4 \\ u_{n+1}=f(u_n) \end{cases}$$

أ)بأستعمال المنحنى (C) و المستقيم (Δ) مثل على محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها

ت)بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>1$

ث)بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ، استنتج انها متقاربة ، ماهي نهايتها ؟

3 . نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\dfrac{u_n-1}{u_n+1}$

أ)بين أن (v_n) متتاليه هندسية يطلب تعيين اساسها و حدها الأول

ب)أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج أن $u_n=\dfrac{5^{n+1}+3^{n+1}}{5^{n+1}-3^{n+1}}$ ثم احسب $\lim u_n$

4 . أحسب بدلالة n كل من $S_n=v_0+v_1+v_2+\ldots+v_n$ و $P_n=v_0\times v_1\times v_2\times\ldots\times v_n$

التمرين الثالث : ($04,5$ نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة $(\bar{z}+\sqrt{3}+3i)(z^2-6z+12)=0$.

2. في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط : A ، B ، C التي لواحقها : $z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $z_B=3-i\sqrt{3}$ ، $z_C=-\sqrt{3}+3i$ على الترتيب

أ) أكتب كل من z_A و z_C و $\frac{z_C}{z_A}$ على الشكل الأسي . ثم إستنتج طبيعة المثلث OAC

ب) أحسب العدد $\left(\frac{z_C}{2\sqrt{3}}\right)^{2015}-\left(\frac{z_C}{2\sqrt{3}}\right)^{1436}$

3. لتكن D نظيرة C بالنسبة لمحور الفواصل.

4. أكتب العدد المركب $\frac{z_C-z_B}{z_D-z_A}$ على الشكل الجبري ، ثم استنتج طبيعة الرباعي $ABDC$

5. نعتبر التحويل النقطي P الذي يحول النقطة A الى النقطة C و يحول النقطة D الى النقطة B

أ) عين طبيعة التحويل النقطي P مع تعيين خصائصه المميزة

ب) أكتب العبارة المركبة و العبارة التحليلية لـ P

ت) بين أن النقط A ، B ، C و D تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2e^x-x-2$

1. ادرس تغيرات الدالة g .
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1,6;-1,5[$
3. أحسب $g(0)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=e^{2x}-(x+1)e^x$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$، حيث $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=5cm$

1) أ. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة الأخيرة هندسيا .

ب. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=e^x.g(x)$ (حيث f' الدالة المشتقة للدالة f)

ج. أستنتج اتجاه تغيرات الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+2\alpha}{4}\right)$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

3) أنشئ المنحنى (C_f).

4) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $me^{-x}=e^x-x-1$

III) بإستعمال التكامل بالتجزئة، بيّن أن $\int_{-2}^{0}(x+1)e^x\,dx=2e^{-2}$

أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و بمحور الفواصل و بالمستقيمينذو المعادلتين $x=0$ و $x=-2$

بالتوفيق