

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (4.5 نقطة)

- الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، (D) المستقيم المار بالنقطتين $A(0; -1; 3)$ و $B(3; 0; 1)$ ، (Δ) المستقيم المعرف بجملة المعادلتين :
$$\begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ y + z - 1 = 0 \end{cases}$$
- 1) أ- أكتب تمثيلا وسيطيا لكل من المستقيمين (D) و (Δ) .
ب- أدرس الوضع النسبي للمستقيمين (Δ) و (D) .
 - 2) (p) المستوي الذي يشمل (D) ويوازي (Δ) .
- اكتب تمثيلا وسيطيا للمستوي (p) ، ثم استنتج معادلة ديكارتية له .
 - 3) (p') المستوي الذي يشمل (Δ) ويوازي (D) .
- بين أن $\vec{n}(-1; 1; -1)$ شعاع ناظمي للمستوي (p') ، ثم اكتب معادلة ديكارتية له .
 - 4) أ- أحسب المسافة بين نقطة كيفية من (Δ) والمستوي (p) .
ب- أحسب المسافة بين نقطة كيفية من (D) والمستوي (p') .
ج- استنتج المسافة بين المستقيمين (D) و (Δ) .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

- Z عدد مركب، بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $\text{Arg}(Z^n) = n \cdot \text{Arg}(Z)$.
- 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة ذات المجهول Z : $(Z - 2i)(Z^2 - 2\sqrt{3}Z + 4) = 0$.
 - 2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللاحقات
 $Z_A = \sqrt{3} - i$ ؛ $Z_B = \sqrt{3} + i$ ؛ $Z_C = 2i$ و $Z_D = -\sqrt{3} - i$ على الترتيب .
أ - علم النقط A ، B ، C و D .
ب- اكتب العدد $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي . استنتج طبيعة المثلث ABC .
ج - تحقق أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .
 - د - عين مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي حيث : $\text{Arg}\left(\frac{z - z_A}{z - z_B}\right) = \frac{\pi}{2} + k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$.
 - 3) لنعتبر التحويل النقطي S الذي يحول O إلى A و يحول C إلى D .
أ - اثبت أن التحويل S هو تشابه مباشر ثم عين عناصره المميزة (المركز و النسبة و الزاوية) .
ب - تحقق أن صورة النقطة B بالتشابه S هي النقطة C .
 - 4) لنكن النقطة G مرجح النقط A ، B ، C المرفقة بالمعاملات 1 ، -1 ، 2 على الترتيب .
أ - عين إحداثيي النقطة G .
ب - بين أن (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $MA^2 - MB^2 + 2MC^2 = 8$ هي الدائرة التي مركزها G و نصف قطرها 1 .

التمرين الثالث: (4 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0 = -1$ ؛ $u_1 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$

و لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$.

(1) ا- احسب v_0 .

ب- أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.

ج- اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

د- احسب ، بدلالة n ، المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ ، ثم جد $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

(2) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \frac{u_n}{v_n}$.

ا- احسب w_0 .

ب- بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

ج- اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ، ثم عيّن أصغر عدد طبيعي n الذي يحقق : $e^{w_n} \geq 2016$

التمرين الرابع: (6.5 نقطة)

نعتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x + 1 + \ln(x+1) - \ln(x+2)$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$.

(2) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = 0$. ثم استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$

(3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ،

ثم أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل.

(4) ادرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

(5) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة التي فاصلتها $x = 0$

(6) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$.

(7) أرسم المنحنى (C_f) و المستقيمان (T) و (Δ) ؟

(8) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m حلول المعادلة $f(x) = \frac{3}{2}x + m$

(9) أ - بين أن الدالة $F_a : x \rightarrow (x+a)\ln(x+a) - x$ هي دالة أصلية للدالة $f_a : x \rightarrow \ln(x+a)$

على المجال $]-a; +\infty[$

ب - احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمت $y = x + 1$ ، $x = 0$ ، $x = 1$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (4 نقاط)

$\frac{3}{4}$ من مترشيحي قسم 3 ع ت يعملون بجد خلال السنة الدراسية

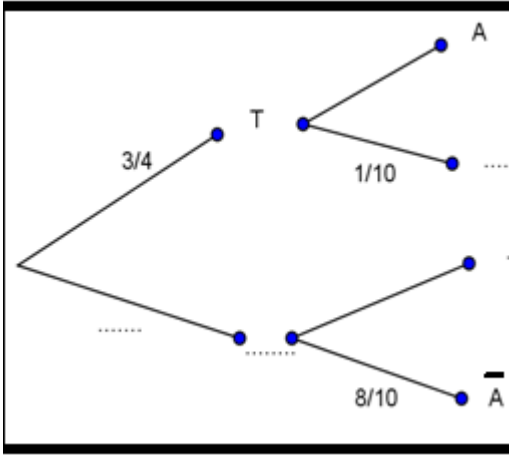
احتمال نجاح مترشح يعمل بجد هو $\frac{9}{10}$ و احتمال نجاح مترشح لم يعمل بجد $\frac{2}{10}$

نقول عن مترشح انه مفاجأة إذا عمل بجد ولم ينجح أو نجح و لم يعمل بجد.

نعتبر الحوادث :

" T " المترشح يعمل بجد " ، " A " المترشح ناجح " و " S " المترشح مفاجأة "

نختار عشوائيا مترشحا من هذا القسم :



1- انقل و أكمل شجرة الاحتمالات المقابلة :

2- أحسب احتمالات الحوادث : $T \cap A$ ، $T \cap \bar{A}$ ، $\bar{T} \cap A$ ، $\bar{T} \cap \bar{A}$

3- ما هو احتمال أن يكون المترشح ناجحا .

4- علما أن المترشح ناجح ، ما احتمال أن يكون عمل بجد .

5- بين أن احتمال S هو : 0,125 .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

1. بين أن من أجل كل عددين مركبين Z و Z' : $\overline{Z \times Z'} = \bar{Z} \times \bar{Z}'$

2. Z عدد مركب، بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $\overline{Z^n} = (\bar{Z})^n$

I. نعتبر في C المعادلة: $Z^4 = -4 \dots (E)$

1. بين أنه إذا كان العدد المركب Z حل للمعادلة (E) فإن كل من $-Z$ و $\bar{Z}$ حل كذلك للمعادلة (E) .

2. أ) نضع $Z_0 = 1 + i$ ، أكتب Z_0 على الشكل الأسّي وبين أنه حل للمعادلة (E) .

ب) استنتج الحلول الثلاثة الأخرى للمعادلة (E) .

II. في المستوي المركب نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقتها: $Z_A = 1 + i$ ، $Z_B = -1 + i$ ،

$Z_C = -1 - i$ و $Z_D = 1 - i$ على الترتيب، الدوران الذي مركزه C وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

نضع: $E = R(B)$ و $F = R(D)$.

1. عين الكتابة المركبة للدوران R .

2. عين Z_E ، Z_F لاحقتي النقطتين E ، F على الترتيب.

3. بين أن $\frac{Z_A - Z_E}{Z_A - Z_F}$ عدد حقيقي، ماذا تستنتج بالنسبة للنقاط A ، E ، F ؟

التمرين الثالث: (4.5 نقطة)

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1; -1; 2)$ ، $B(3; 0; 4)$ و $C(3; 3; -2)$

$$\text{والمستقيم } (D) \text{ هو: } \begin{cases} x = -2\lambda - 1 \\ y = 2\lambda - 2 \\ z = -8\lambda \end{cases} \text{؛ حيث } \lambda \in \mathbb{R} \text{ و الشعاع: } \vec{V}(-6; -6; 0).$$

(1) احسب : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ واستنتج طبيعة المثلث ABC .

(2) عين احداثيات النقطتين: I, G حيث G مرجح الجملة $\{(A, 3); (B, -2); (C, 1)\}$ و I منتصف $[AC]$.
ما طبيعة الرباعي : $ABIG$.

(3) أ) عين (S) مجموعة النقاط M من الفضاء : $3MA^2 - 2MB^2 + MC^2 = 18$.

ب) عين (P) مجموعة النقاط M من الفضاء : $\overrightarrow{MG} \cdot \vec{V} = -18$.

ج) عين العناصر المميزة للمجموعة : $(S) \cap (P)$.

د) بين أن : (P) و (ABC) يتقاطعان وفق المستقيم (D) .

التمرين الرابع: (6.5 نقطة)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = e^{-x} + x - 1$

(1) ادرس تغيرات الدالة g .

(2) احسب $g(0)$ و استنتج انه من اجل كل $x \in \mathbb{R}$: $g(x) \geq 0$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}$ وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المعلم م $(o; \vec{i}; \vec{j})$

(1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$ فإن : $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^{-x}}}$. ثم أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و فسر النتائج هندسيا .

(2) بين أنه من اجل كل $x \in \mathbb{R}$: $f'(x) = \frac{(1+x)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$

(3) أكتب معادلة المماس للمنحنى عند النقطة O .

(4) تحقق من أجل كل $x \in \mathbb{R}$: أن : $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x) + 1}$ ثم استنتج الوضع النسبي لـ (C_f) و (Δ) المستقيم : $y = x$.

(5) أنشئ (C_f) و (Δ) في المعلم $(o; \vec{i}; \vec{j})$ نأخذ : $\frac{1}{1-e} \approx -0,6$

III) نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بما يلي : $U_0 = 1$ و من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} = f(U_n)$

(1) بين بالتراجع أن من أجل كل $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq u_n \leq 1$.

(2) بين أن المتتالية (U_n) متناقصة (يمكنك استعمال نتيجة السؤال II(4))

(3) استنتج أن (U_n) متقاربة ثم حدد نهايتها .

انتهى .