الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية أول نوفمبر 1954 الأغواط

الامتحان التجريبي لبكالوريا التعليم الثانوي — دورة ماي 2019

الشعبة: علوم تجريبية — يوم : 20 ماي 2019

---

**اختبار في مادة الرياضيات — المدة :03 ساعات ونصف**

---

## على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

## الموضوع الأول

### التمرين الأول ( 04 نقاط) :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$، نعتبر النقط $A(-2;0;1)$، $B(1;2;-1)$ و $C(-2;2;2)$.

1.أحسب الجداء السلمي $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ ثم إستنتج القيمة المدورة إلى الوحدة بالدرجات للزاوية $\widehat{ABC}$

2 . إستنتج أن النقط $A$ ; $B$ و $C$ ليست على إستقامية و أن $2x-y+2z+2=0$ معادلة ديكارتية للمستوي $(ABC)$

3 أ- أكتب المعادلة الديكارتية للمستوي $(P)$ المستوي المحوري للقطعة $[AB]$

ب- بين أن مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق $AM=CM$ هي المستوي $(P')$ الذي معادلته الديكارتية $4y+2z-7=0$

ج- بين أن $(P)$ و $(P')$ متقاطعان وفق مستقيم $(\Delta)$ يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له

4- أ- بين أن المستقيم $(\Delta)$ يقطع المستوي $(ABC)$ في نقطة ω يطلب تعيين إحداثياتها

5.نعتبر النقطة $G_\alpha$ مرجح الجملة المثقلة $\{(A;\alpha^2-1);(B;\alpha^2+2);(C;-2\alpha^2)\}$ حيث α وسيط حقيقي عين بدلالة α إحداثيات $G_\alpha$ و إستنتج مجموعة النقط $G_\alpha$ عندما α تتغير على $\mathcal{R}$

### التمرين الثاني(05 نقاط ) :

I. 1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$المعادلة ذات المجهول $Z$ : $Z^2-2Z+4=0$

2) استنتج حلول المعادلة $\left(\overline{Z}+2+2i\sqrt{3}\right)^2-2\overline{Z}-4i\sqrt{3}=0$ حيث $\overline{Z}$هو مرافق $Z$

II. 1) المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط $A$ و$B$ و $C$ و $D$التي لواحقها على الترتيب : $Z_A=1+i\sqrt{3}$ , $Z_B=\overline{Z_A}$ و $Z_C=-1+i\sqrt{3}$ و $Z_D=-1+3i\sqrt{3}$

أ- أوجد نسبة وزاوية التشابه المباشر $S$ الذي مركزه $B$ و يحول النقطة $C$ إلى النقطة $A$ ثم أعط العبارة المركبة له

**ب-** عين إحداثيتي النقطة $D'$ صورة النقطة $D$ بالتشابه $S$ ثم استنتج أن المثلثين $BCD$ و $BAD'$ متشابهان

**2)** نعتبر التحويل النقطي $T$ الذي يرفق بكل نقطة $M$ من المستوي ذات اللاحقة $Z$ النقطة $M'$ ذات اللاحقة $Z'$ حيث : $2Z'=2[-i\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6})]Z-1$

**أ-** أكتب العدد α حيث: $\alpha=-i\cos\frac{\pi}{6}+\sin\frac{\pi}{6}$ على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسي

**ب-** عين طبيعة التحويل $T$ محددا عناصره المميزة

**3)** أ- بين أن (τ) مجموعة النقط $M$ من المستوي التي تحقق $2(Z+\overline{Z})+Z\times\overline{Z}=0$هي دائرة مركزها Ω ذات اللاحقة 2 – يطلب تعيين نصف قطرها

**ت-** عين صورة الدائرة (τ) بالتحويل $T$

## التمرين الثالث (04 نقاط ) :

$(U_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ حدودها موجبة تماما حيث: $U_1 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $n \geq 1$ لدينا :
$2\ln U_n - \ln U_{n+1} + 1 = 0$ .

$(V_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $V_n = \ln(e \times U_n)$

1/ أحسب $U_2$ و $U_3$.

2/ عيّن طبيعة المتتالية $(V_n)$.

3/ أكتب $V_n$ ثم $U_n$ بدلالة n ثم أحسب بدلالة n المجموع $S_n$ و الجداء $P_n$ حيث:

$$S_n = V_1 + \frac{1}{2}V_2 + \frac{1}{4}V_3 + \cdots\ldots + \frac{1}{2^{n-1}}V_n \text{ ، } P_n = U_1 \times U_2 \times \ldots\ldots\ldots U_n$$

4/ المستوى منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$ , لتكن النقط . $C(2\,; V_3)$ ، $B(1; V_2)$ ، $A(0; V_1)$
عين العددين الحقيقيين a وb حتى يكون مبدأ المعلم هو مرجح الجملة $\{(A\,, b); (B\,, a); (C\,, (1+b))\}$
حيث $1 + a + 2b \neq 0$ .

## التمرين الرابع (07 نقاط) :

I) $h$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي$x$ و المعرفة على المجال$]0; +\infty[$ بـ : $h(x) = x - \ln x$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة$h$ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) استنتج حسب قيم $x$ إشارة$h(x)$ ثم استنتج إشارة $h(x^2)$على* $\mathbb{R}$ .

II ) $f$ الدالة العددية للمتغير الحقيقي$x$ و المعرفة على * $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = \frac{1}{2}\left(-\frac{\ln(x^2)}{x} - x - \frac{2}{x}\right)$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس$(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1) أ) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ .

ب) أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و$\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ <}} f(x)$ ثم فسّر النتيجة بيانيا .

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي$x$ غير معدوم : $2x^2 f'(x) = -h(x^2)$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة$f$ ثم شكل جدول تغيراتها .

ج) بين أن$(\Delta)$ ذا المعادلة :$y = -\frac{1}{2}x$ مستقيم مقارب للمنحنى$(C_f)$ ثم أدرس وضعية$(C_f)$ بالنسبة لـ$(\Delta)$

3) أ) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي$x$من* $\mathbb{R}$: * $-x \in \mathbb{R}$ و $f(x) + f(-x) = 0$.ماذا تستنتج ؟ فسر النتيجة بيانيا.

ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $]0.3; 0.4[$ ، عين حصرا للعدد $f(\alpha)$.

** استنتج أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا آخر $\beta$ يطلب تعيين حصر له .

4) أ) بين أن المنحنى$(C_f)$ يقبل مماسين في نقطتي تقاطع$(C_f)$ و$(\Delta)$ متوازيين .

ب) بين أن المنحنى$(C_f)$ يقبل مماسين$(T_1)$ و$(T_2)$ يوازيان المستقيم$(\Delta)$يطلب كتابة معادلتيهما .

ج) أنشئ $(\Delta)$، $(T_1)$، $(T_2)$ و $(C_f)$ .

د) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي$m$عدد و إشارة حلول المعادلة : $(E)\ldots f(x) = -\frac{1}{2}x + m$

5) لتكن $k$ دالة معرفة على$\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ : $k(x) = \frac{1}{2}\left(-\frac{\ln(x+1)^2}{x+1} - (x+1) - \frac{2}{(x+1)}\right) + 2$ ، $(C_k)$تمثيلها البياني .

أ) بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول المنحنى$(C_f)$ إلى المنحنى$(C_k)$.

ب) أنشىء المنحنى $(C_k)$في نفس المعلم السابق.

6) أ) بين أن الدالة$F$المعرفة على$\mathbb{R}^*$بـ: $F(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{-1}{2}x^2 - \frac{1}{4}[\ln(x^2)]^2 - 2\ln|x|\right)$هي دالة أصلية لـ$f$على$\mathbb{R}^*$

ب) استنتج أن الدالة $F$ هي دالة زوجية ثم جد الدالة الأصلية للدالة$f$ والتي تنعدم من أجل $x = 1$.

ج) $\lambda$عدد حقيقي حيث:$\lambda > 1$. أحسب التكامل التالي: $A(\lambda) = -\int_1^{\lambda} f(x)dx$ وفسر النتيجة هندسيا.

** أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} A(\lambda)$ .

انتهى الموضوع الأول

# الموضوع الثاني

## التمرين الأول ( 04 نقاط ) :

يحتوي كيس على عشر كريات بحيث خمس كريات حمراء تحمل الارقام $2-$ ; $1-$ ; $0$ ; $1$ و $2$ وثلاث كريات خضراء تحمل الأرقام $1-$ ; $0$ و $1$ وكريتان سوداوين تحمل الرقمين $0$ و $1-$

نسحب وفي أن واحد كرتين من هذا الكيس ونفترض أن كل الكريات لها نفس إحتمال السحب

I. ليكن $X$ المتغير العشوائي ا الذي يرفق بكل سحبة ممكنة العدد الحقيقي $|x-y|$ حيث $x$ و $y$ هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس

1- حدد قيم المتغير العشوائي $X$

2- أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ ثم أحسب أمله الرياضياتي

II. نعيد كل الكريات المسحوبة إلى الكيس ونسحب منه كريتين على التوالي وبدون إرجاع الكرية المسحوبة الأولى

1- أحسب عدد الحالات الممكنة للسحب

2- لتكن $A$ و $B$ حادثتان معرفتان كما يلي :

$A$ : الكريتان المسحوبتان لوناهما مختلفان $B$ : الكريتان المسحوبتان تحمل كلا منهما عددا موجبا تماما

أحسب $P(A)$ و $P(B)$

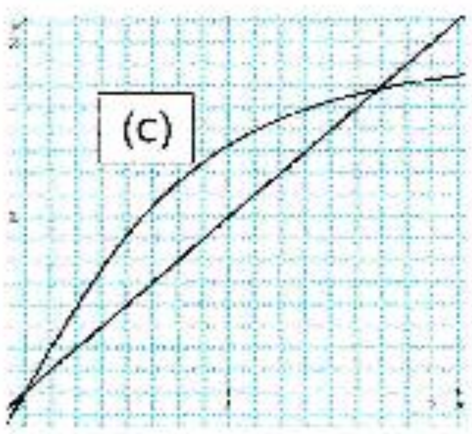
## التمرين الثاني(04 نقاط ) :

الشكل المقابل هو التمثيل البياني $(C_f)$ للدالة $f$ المعرفة على المجال $]0\ ,\ +\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

و$(\Delta)$المستقيم الذي معادلته $y=x$ في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ- أدرس إتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]0\ ,\ +\infty[$

ج- بين أنه إذا كان $x\in[1\ ,\sqrt{3}]$ فإن $f(x)\in[1\ ,\sqrt{3}]$




2) نعرف المتتالية $(u_n)$ كما يلي $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ :

$u_{n+1}=f(u_n)$

أ- مثل على محور الفواصل الحدود $u_0$ ، $u_1$ و $u_2$

ب- ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ وتقاربها

ج- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1\leq u_n\leq\sqrt{3}$

3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ :

$u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$

- استنتج أن $(u_n)$ متقاربة

4) نعتبر المتتالية $(v_n)$ المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $n$ كما يلي : $v_n=\frac{u_n^2}{3-u_n^2}$

أ- برهن ان المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول

ب- أكتب عبارة $v_n$ بدلالة $n$ ثم استنتج عبارة $u_n$ بدلالة $n$

ج- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

5) أحسب $P_n$ بدلالة $n$ حيث : $P_n=\frac{(u_0\times u_1\times\dots\dots\dots u_n)^2}{(3-u_0^2)(3-u_1^2)\dots\dots\dots(3-u_n^2)}$

## التمرين الثالث ( 05 نقاط ) :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

1) أوجد العددين $Z_1$ و $Z_2$ الجذران التربيعيان للعدد المركب $L=2-2i\sqrt{3}$ ثم أكتبهما على الشكل الأسي

2) نعتبر النقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لواحقها على الترتيب : $Z_A = 2i$ و $Z_B = \sqrt{3} + i$ و $Z_C = \sqrt{3} - i$

أ- بين أن $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OC}$ وعين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{AC})$

ب- استنتج طبيعة الرباعي $OABC$

ج- عين لاحقة النقطة $\Omega$ مركز الرباعي $OABC$

3) أ- أكتب العبارة المركبة للتشابه $S$ الذي يحول النقطة $A$ *إلى النقطة* $O$ ويحول النقطة $C$ إلى $B$

ت- تحقق أن $SoS$ هو تشابه مباشر نسبته $\frac{1}{3}$ و أحد أقياس زاويته $\pi$

ث- نضع $f$ التحويل النقطي المعرف بـ : $f = \underbrace{SoSoS \ldots\ldots . oS}_{n \text{ مرة}}$

- عين قيم العدد الطبيعي $n$ حتى يكون التحويل $f$ تحاكيا نسبته سالبة

4) $k$ عدد حقيقي ولتكن $(E)$ مجموعة النقط $M$ ذات اللاحقة $Z$ بحيث : $OM^2 + AM^2 + BM^2 + CM^2 = k$

أ- أثبت أن مجموعة النقط $M$ من $(E)$ تحقق العلاقة : $\Omega M^2 = \frac{k - 8.O\Omega^2}{4}$

ب- ناقش حسب قيم العدد الحقيقي $k$ طبيعة المجموعة $(E)$

## التمرين الرابع ( 06 نقاط):

I. لتكن الدالة $g$ المعرفة على $\mathcal{R}$ بـ: $g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$

1) أحسب نهاية الدالة $g$ عند $-\infty$ و $+\infty$
2) عين إتجاه تغير الدالة $g$ ثم شكل جدول تغيراتها
3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على $\mathcal{R}$ ثم تحقق أن المجال $0.35 < \alpha < 0.36$
4) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathcal{R}$

II. نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\mathcal{R}$ بـ: $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$ وليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول $(2cm)$

1) أحسب نهايات الدالة $f$ عند أطراف مجموعة تعريفها
2) أحسب $f'(x)$ و استنتج أتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها
3) أثبت أن : $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$ واستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$
4) أثبت أن المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل لـ $(\mathcal{C}_f)$ بجوار $+\infty$
   - أدرس الوضع النسبي لـ $(\mathcal{C}_f)$ بالنسبة $(\Delta)$
5) أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0
6) أنشئ $(\Delta)$ ; $(T)$ و $(C_f)$
7) عين قيم الوسيط الحقيقي $m$ بحيث تقبل المعادلة $-m - 1 + (x^2 + 2)e^{-x} = 0$ حلا وحيدا موجبا
8) أوجد الاعداد الحقيقية $a$ و $b$ و $c$ بحيث تكون الدالة $h$ : $h(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ دالة أصلية على $\mathcal{R}$ للدالة المعرفة بـ: $x \to (x^2 + 2)e^{-x}$
9) أحسب مساحة الحيز $A(\alpha)$ المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C}_f)$ , المستقيم $(\Delta)$ والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = \alpha$

**انتهى الموضوع الثاني**

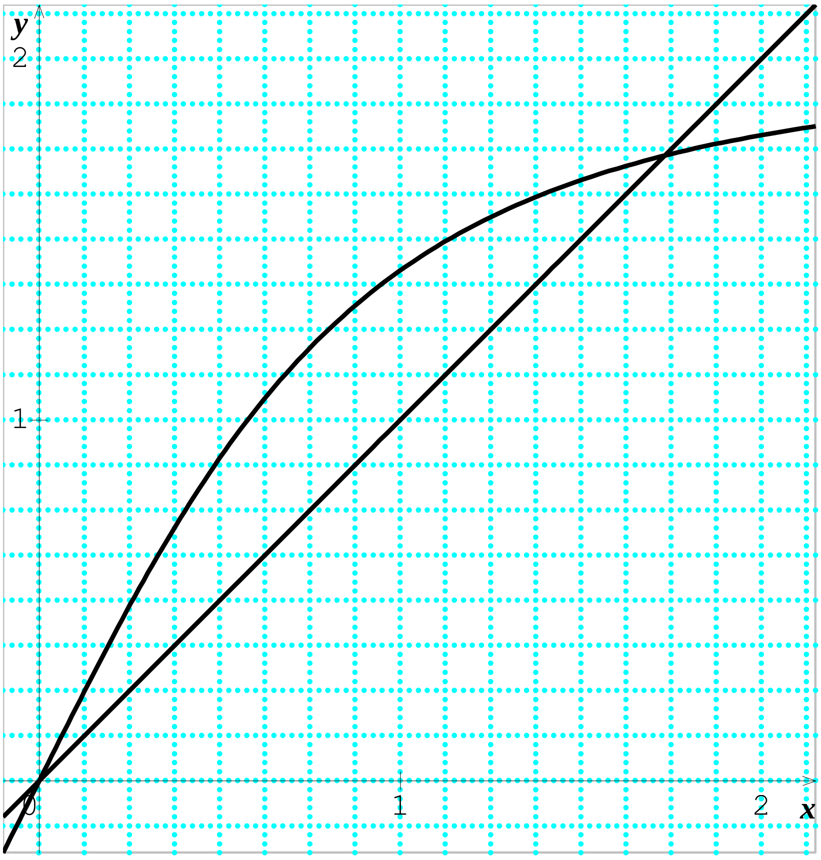
---

ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة

الإسم :................

اللقب :................

القسم : 3ع تج ......




ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة

الإسم :..................

اللقب :..................

القسم : 3ع تج .....