

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04 نقاط )

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  النقط  $A(1;0;2)$  ؛  $B(0;1;2)$  ؛  $C(1;-2;0)$  والمستوي  $(P)$  الذي معادلته :  $3x - 2y + z + 3 = 0$  .

(1) أ) بين أن النقط  $A$  ،  $B$  و  $C$  تعين مستويا.

(ب) تحقق أن الشعاع  $\vec{n}(1;1;-1)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$  ثم استنتج معادلة ديكرتية له.

(2) أ) بين أن المستويين  $(P)$  و  $(ABC)$  متعامدان .

(ب) بين أن تقاطع المستويين  $(P)$  و  $(ABC)$  هو المستقيم  $(\Delta)$  المعرف بتمثيله الوسيطى :  $\begin{cases} x = t - 1 \\ y = 4t \\ z = 5t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$

(ج) أحسب المسافة بين النقطه  $H(-1;6;-2)$  و المستويين  $(P)$  و  $(ABC)$  ، ثم بين أن المسافة بين النقطه  $H$

و المستقيم  $(\Delta)$  تساوي  $\sqrt{\frac{106}{3}}$  .

(3) ليكن المستوي  $(Q)$  ذو المعادلة :  $x - y + z - 1 = 0$

- عين تقاطع المستويات الثلاثة  $(P)$  ،  $(ABC)$  و  $(Q)$  .

التمرين الثاني: (04 نقاط )

يحتوي كيس على 7 كريات منها ثلاث حمراء تحمل الارقام 1.1.2 وأربعة بيضاء تحمل الارقام 3.2.1.1 نسحب من الكيس كرتين على التوالي وبدون ارجاع .

1- شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الاتيتين :

(أ) باعتماد الوان الكرات (ب) باعتماد الارقام المسجلة على الكرات .

2- نعتبر الحادثتان التاليتان :  $A$  " الحصول على كرتين من نفس اللون "

$B$  " الحصول على كرتين مجموع رقميهما ثلاثة "

(أ) احسب  $p(A)$  و  $p(B)$  وبين ان :  $p(A \cap B) = \frac{4}{21}$  ، هل الحادثتين  $A$  و  $B$  مستقلتان ؟ (مع التعليل)

(ب) علما ان الكرتين من نفس اللون ما احتمال ان يكون مجموع رقميهما ثلاثة .

(ج) علما ان الكرتين مجموع رقميهما ثلاثة ما احتمال ان يكونا من نفس اللون .

3- ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين المحصل عليهما.

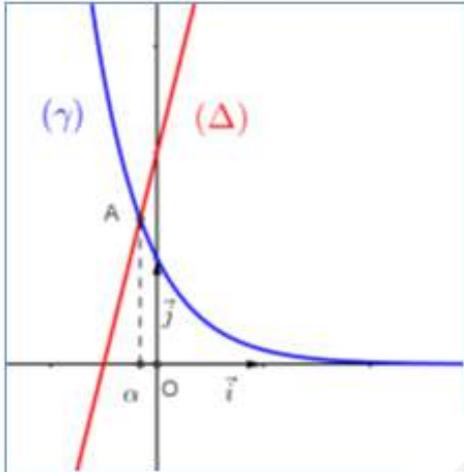
(أ) عين قيم المتغير العشوائي  $X$  .

(ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي  $X$  ثم احسب امله الرياضي.

## التمرين الثالث: (05 نقاط)

- 1) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة :  $(\bar{z} + 3 + i)(z^2 - 2z + 10) = 0$ .
- 2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  نعتبر النقط  $A, B, C, D$  التي لواحقها على الترتيب :
- .  $z_D = \bar{z}_B$  و  $z_C = -3 + i$  و  $z_B = 1 + 3i$  و  $z_A = 2 + i$
- أ) أكتب العدد المركب  $\frac{z_C - z_B}{z_A - z_B}$  على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي ، و استنتج طبيعة المثلث  $ABC$ .
- ب) أكتب العبارة المركبة للتشابه المباشر  $s$  الذي مركزه  $B$  ويحول  $A$  إلى  $C$ .
- ج) عين لاحقة النقطة  $E$  بحيث تكون النقطة  $D$  صورة  $E$  بالتشابه  $s$ .
- د) عين المجموعة  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M(z)$  بحيث :  $\theta \in \mathbb{R} / z = z_E + 2e^{i\theta}$ .
- 3) أ) عين لاحقة النقطة  $F$  و التي تحقق :  $\overline{DF} = 3\overline{DB}$ .
- ب) استنتج نسبة التحاكي  $h$  الذي مركزه  $B$  ويحول  $D$  إلى  $F$ .
- ج) عين عناصر التحويل  $s'$  بحيث :  $s' = h \circ s$ .
- د) استنتج طبيعة المجموعة  $(\Gamma')$  صورة  $(\Gamma)$  بالتحويل  $s'$  ، محددا عناصرها المميزة.

## التمرين الرابع: (07 نقاط)



1) (gamma) التمثيل البياني للدالة :  $x \mapsto e^{-2x}$  و (Delta) المستقيم ذو

المعادلة :  $y = 4x + 2$  :  $\alpha$  هي فاصلة نقطة تقاطع (Delta) و (gamma).

g الدالة المعرفة على المجال  $\mathbb{R}$  ب:  $g(x) = e^{-2x} - 4x - 2$ .

أ) بقراءة بيانية حدد وضعية (gamma) بالنسبة إلى (Delta) على  $\mathbb{R}$  ،

ثم استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

ب) تحقق أن:  $-0.16 < \alpha < -0.15$ .

2) لتكن الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = x + 3 - 2x e^{2x}$ .

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  ، وحدة الطول  $2cm$ .

أ) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$ .

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  لدينا :  $f'(x) = e^{2x} g(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

3) بين أن المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة  $y = x + 3$  مستقيما مقاربا مائلا للمنحنى  $(C_f)$  ثم أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة لـ  $(D)$ .

4) بين أن :  $f(\alpha) = \frac{2\alpha^2 + 6\alpha + 3}{2\alpha + 1}$ .

5) أرسم المستقيم  $(D)$  والمنحنى  $(C_f)$  (نأخذ  $f(\alpha) \approx 3.07$ ).

6) أ) أثبت أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسا موازيا للمستقيم  $(D)$  يطلب تعيين معادلة له.

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي  $m$  بحيث تقبل المعادلة  $f(x) = x + m$  حلين متميزين.

7) أ)  $x$  عدد حقيقي ، باستعمال التكامل بالتجزئة جد  $\int_0^x 2te^{2t} dt$ .

ب)  $\lambda$  عدد حقيقي أصغر تماما من  $0$  ، احسب بدلالة  $\lambda$  المساحة  $A(\lambda)$  للحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و

بالمستقيمات ذات المعادلات :  $x = \lambda$  و  $y = x + 3$  ، ثم جد  $\lim_{\lambda \rightarrow -\infty} A(\lambda)$ .

## الموضوع الثاني:

### التمرين الأول: (04 نقاط)

(1)  $(v_n)$  متتالية هندسية حدودها موجبة تماما معرفة على  $\mathbb{N}$  حيث:  $v_0 = \frac{4}{3}$  و  $v_1 \times v_2 \times v_3 = \frac{27}{64}$ .

(أ) أحسب  $v_2$ ، ثم استنتج أن أساس المتتالية  $(v_n)$  هو  $q = \frac{3}{4}$ .

(ب) أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ .

(2)  $(u_n)$  متتالية عددية معرفة بـ:  $u_0 = -\frac{2}{3}$  و من اجل كل  $n$  طبيعي  $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n - \frac{1}{2}$ .

(أ) أحسب الحدود  $u_1$  و  $u_2$ .

(ب) برهن أنه من اجل كل  $n$  طبيعي:  $u_n > -2$ .

(ج) عين اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج انها متقاربة.

(3)  $(w_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $w_n = u_n - v_n$ .

(أ) أثبت بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $w_n = -2$ .

(ب) استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ ، ثم أحسب نهايتها.

(ج) احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + \dots + \frac{u_n}{v_n}$ .

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس  $U$  على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس منها خمس كريات بيضاء و ثلاث كريات حمراء و كرتان خضراء. نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من الكيس  $U$ .

نعتبر الحادثتين: A "من بين الكريات الثلاث المسحوبة توجد كرة خضراء واحدة فقط"

B "الكريات الثلاث المسحوبة لها نفس اللون".

(1) احسب  $P(A)$  و  $P(B)$ .

(2) ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الألوان الظاهرة في السحب.

(أ) عين قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$ .

(ب) أحسب الأمل الرياضي  $E(X)$  للمتغير العشوائي  $X$ .

(3) نعتبر الكيس الأول  $U$  وكيس آخر  $V$  يحتوي على كرتان بيضاء و كرتان حمراء و كرة واحدة خضراء.

نرمي زهرة نرد غير مزيفة مرقمة من 1 إلى 6، فإذا ظهر الرقم 6 فنسحب كرة من الكيس الأول  $U$  وإلا فنسحب

كرة من الكيس  $V$ .

(أ) بين أن احتمال سحب كرة بيضاء هو  $p(C) = \frac{5}{12}$ .

(ب) علما أن الكرة المسحوبة بيضاء، فما احتمال أن تكون من الكيس الثاني  $V$ .

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

(1) (أ) حل في مجموعة الأعداد المركبة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$ : (I)  $z^2 - 6z + 21 = 0$ .

(ب) استنتج حلول المعادلة: (II)  $(\bar{z} + 3 + i\sqrt{3})^2 - 6\bar{z} - i6\sqrt{3} + 3 = 0$ .

(2) في المستوى المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  نعتبر النقط  $A, B, C$  و  $D$

$$z_D = \overline{z_C} \text{ و } z_C = 3 + 2i\sqrt{3}, \quad z_B = \sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}, \quad z_A = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$$

(أ) يبين أن النقط  $A, B, C$  و  $D$  تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها  $\Omega$  ذات اللاحقة  $z_\Omega = 3$  ويطلب تعيين نصف قطرها .

(ب) لتكن النقطة  $E$  نظيرة النقطة  $D$  بالنسبة إلى المبدأ  $O$  .

$$\text{- بين أن } \frac{z_C - z_B}{z_E - z_B} = e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)} \text{ , ثم استنتج طبيعة المثلث } BEC \text{ .}$$

(ج) يبين أنه يوجد دوران  $r$  مركزه  $B$  ويحول النقطة  $E$  إلى  $C$  ، يطلب تعيين زاويته .

(3) نعتبر التحويل النقطي  $S$  الذي يرفق بكل نقطة  $M$  من المستوى ذات اللاحقة  $z$  النقطة  $M'$  ذات اللاحقة  $z'$  حيث :

$$z' + i\sqrt{3} = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}(z + i\sqrt{3})$$

(أ) عيّن طبيعة التحويل  $S$  و حدد عناصره المميزة .

(ب) عيّن  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحقة  $z$  التي تحقق :  $|z - z_\Omega|^2 = -(z_A - z_B)^2$

(ج) عيّن طبيعة المجموعة  $(\Gamma')$  صورة  $(\Gamma)$  بالتحويل  $S$  ، محددًا عناصرها المميزة .

### التمرين الرابع : (07 نقاط)

$$(1) \text{ دالة معرفة على } ]0; +\infty[ \text{ بـ : } g(x) = \frac{\ln x}{x} + e$$

(أ) أدرس تغيرات الدالة  $g$  .

(ب) أحسب  $g\left(\frac{1}{e}\right)$  ثم استنتج إشارة  $g(x)$  على  $]0; +\infty[$  .

$$(2) \text{ دالة معرفة على } ]0; +\infty[ \text{ بـ : } f(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2 + ex - e$$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  . (نأخذ :  $\|\vec{j}\| = 1 \text{ cm}$  ;  $\|\vec{i}\| = 2 \text{ cm}$  )

(أ) يبين أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = g(x)$  ثم استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  .

(ب) عيّن نهايات الدالة  $f$  عند  $0$  و  $+\infty$  ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

(4) أدرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(T)$  .

(5) أرسم  $(T)$  و المنحنى  $(C_f)$  .

(6) الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $h(x) = x \left[ (\ln x)^2 + a \ln x + b \right]$  ، حيث  $a$  و  $b$  عدنان حقيقيان .

(أ) عيّن  $a$  و  $b$  بحيث تكون  $h$  دالة أصلية للدالة  $(\ln x)^2$  .  $x \mapsto (\ln x)^2$

(ب) أحسب بـ  $\text{cm}^2$  المساحة  $A$  للحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمت التي معادلاتها :  $x = \frac{1}{e}$  و  $y = ex - e$  و  $x = 1$  .

(7) لتكن  $k$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $k(x) = f(e^{2x})$  .

- باستعمال مشتقة دالة مركبة عيّن اتجاه تغير الدالة  $k$  ثم شكل جدول تغيراتها .

## الموضوع الثاني:

### التمرين الأول: (04 نقاط)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  نعتبر النقط:  $A(1; -2; 4)$ ,  $B(-2; -6; 5)$ ,  $C(-4; 0; -3)$

$$D\left(-\frac{1}{2}; -3; 2\right) \text{ و}$$

- (1) أ) بين أن النقط  $A$ ,  $B$  و  $C$  ليست على استقامة واحدة.
- (ب) بين أن الشعاع  $\vec{n}(1; -1; -1)$  ناظمي للمستوي  $(ABC)$  ثم استنتج معادلة ديكرتية له .
- (2) أ- عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل النقطة  $D$  و العمودي على المستوي  $(ABC)$  .  
ب- استنتج إحداثيات النقطة  $G$  المسقط العمودي للنقطة  $D$  على المستوي  $(ABC)$  .  
ج- تحقق أن النقطة  $G$  هي مرجح الجملة المثقلة  $\{(A; 2), (B; 1), (C; 1)\}$  .
- (3) عين مجموعة النقط  $M$  من الفضاء بحيث:  $\|2\overline{AM} + \overline{BM} + \overline{CM}\| = d(O; (ABC))$  .
- (4) احسب حجم رباعي الوجوه  $ABCD$  .

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

- نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بـ:  $u_1 = e^2$  ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$ ,  $u_{n+1} = e^{-\frac{1}{2}} \sqrt{u_n}$  .
- (1) أ) أحسب  $u_2$  و  $u_3$  .  
ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$ :  $u_n > \frac{1}{e}$  .
  - (2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$ ,  $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ , ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  .  
ب) استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة .
  - (3)  $(v_n)$  متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم  $n$  بـ:  $v_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \ln(u_n)$  .  
أ) برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{1}{2}$  يطلب تعيين حدها الأول .  
ب) أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ , ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$  و أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  .
  - (4) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = \frac{1}{1 + \ln u_1} + \frac{1}{1 + \ln u_2} + \dots + \frac{1}{1 + \ln u_n}$  .

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

- 1/ حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة ذات المجهول  $z$ :  $z^2 - 2\sqrt{2}z + 3 = 0$  .
- 2/ المستوي المركب منسوب معلم متعامد ومتجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$  .  
نعتبر النقط  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  و  $G$  لواحقها على الترتيب  $z_A = \sqrt{2} + i$ ,  $z_B = \overline{z_A}$ ,  $z_C = 2\sqrt{2}$ ,  $z_G = 2i$  و  $z_D = -\sqrt{2} + 3i$  .
- أ. أثبت أن النقطتين  $A$  و  $B$  تنتمي إلى دائرة مركزها  $C$  يطلب تعيين نصف قطرها .

ب. تحقق من أن  $z_C = z_A + z_B$  و  $|z_A| = |z_B|$  ثم استنتج طبيعة الرباعي  $OACB$  و احسب مساحته .

3 / بين أن النقطة  $G$  هي مرجح الجملة المثقلة  $\{(C; 1), (D; 2)\}$  .

4 /  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M(z)$  من المستوي حيث :  $\sqrt{(iz+2)(\overline{iz+2})} = 6$  ، عين المجموعة  $(\Gamma)$  .

5 /  $S$  التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة  $M(z)$  من المستوي النقطة  $M'(z')$  من المستوي حيث :

$$z' = 2e^{i\pi}z + 4 + 2i$$

عين الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل النقطي  $S$  ثم أوجد صورة  $(\Gamma)$  بالتحويل  $S$  .

### التمرين الرابع : (07 نقاط)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $]0; +\infty[ \cup ]e; +\infty[$  كما يلي :  $f(x) = \frac{1}{x(1-\ln x)}$

ولیکن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس  $(O, \vec{i}; \vec{j})$  ، (الوحدة  $2 \text{ cm}$ ) .

1(I) / احسب نهايتي الدالة  $f$  عند  $e$  وعند  $+\infty$  ، ثم فسّر النتائج هندسيا .

2 / بين أن  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$  ثم فسّر النتائج هندسيا . (لاحظ أن  $x(1-\ln x) = x - x \ln x$ ) .

3 / بين انه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[ \cup ]e; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$  حيث  $f'$  هي الدالة المشتقة للدالة  $f$  .

4 / ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

II) لتكن  $g$  الدالة العددية للمتغير الحقيقي  $x$  المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $g(x) = 1 - x^2(1 - \ln x)$

ولیکن  $(C_g)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس (انظر الشكل)

1 / أ. بقراءة بيانية حدّد عدد حلول المعادلة  $(E)$  التالية:

$$g(x) = 0 \text{ في المجال } ]0; +\infty[$$

ب. باستعمال جدول القيم التالي :

|        |       |       |      |      |
|--------|-------|-------|------|------|
| $x$    | 2,1   | 2,2   | 2,3  | 2,4  |
| $g(x)$ | -0,14 | -0,02 | 0,12 | 0,28 |

بين أن المعادلة  $(E)$  تقبل حلاً  $\alpha$  بحيث  $2,2 < \alpha < 2,3$

2 / أ. تحقق أنه من أجل كل  $x$  من  $D_f$  ،  $f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1-\ln x)}$

ب. بين أن المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x$  يقطع المنحنى  $(C_f)$  في النقطتين دات الفاصلتين 1 و  $\alpha$  .

ج. حدد انطلاقاً من  $(C_g)$  إشارة  $g(x)$  على المجال  $[1; \alpha]$  وبين أن  $f(x) - x \leq 0$  لكل  $x$  من المجال  $[1; \alpha]$  .

3 / أنشئ في نفس المعلم  $(O, \vec{i}; \vec{j})$  ، المستقيم  $(\Delta)$  و المنحنى  $(C_f)$  .

4 / أ. بين أن  $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1-\ln x)} dx = \ln 2$  ، (لاحظ أن  $\frac{1}{x(1-\ln x)} = \frac{1}{1-\ln x}$  لكل  $x$  من  $D_f$ ) .

ب. نعتبر المساحة  $A$  لمجموعة النقط  $M(x; y)$  من المستوي حيث :  $1 \leq x \leq \sqrt{e}$  و  $f(x) \leq y \leq x$

احسب  $A$  بـ  $\text{cm}^2$  .

