الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

المفتشية العامة لبيداغوجيا — المقاطعة التفتيشية .عين الدفلى . شرق

الشعبة: علوم تجريبية — المدة: 3 ساعات ونصف

إختبار البكالوريا التجريبية في مادة:الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على بـ $u_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{1}{3}n + 1$.

1. أحسب u_1، u_2، u_3، ما هو تخمينك حول إتجاه تغير المتتالية (u_n).
2. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \le n+3$.
3. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(n+3-u_n)$، ثم استنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n).
4. لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ: $v_n = u_n - n$.

أ. أحسب v_0 ثم بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3}$.

ب. عبر عن v_n بدلالة n ثم أكتب u_n بدلالة n .

ت. أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$ ، ماذا تستنتج؟

5. نضع $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$ و $T_n = \frac{S_n}{n}$.

– عبر عن S_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} T_n$.

التمرين الثاني: (04نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.نعتبر النقط $A(2,1,0)$ ، $B(2,-1,-2)$ ، $C(0,1,-2)$ والمستوي (P) الذي: $x+y+z-3=0$ معادلة له.

1. بين أن النقط A ، B و C تنتمي إلى (P) .
2. نعتبر (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء التي تحقق : $x^2+y^2+z^2-4x-2y+4z+5=0$.

أ. بين أن (S) سطح كرة يطلب تعيين مركزها I و نصف قطرها R .

ب. بين أن (S) و (P) يتقاطعان وفق دائرة (C) يطة بالمثلث ABC .

ت.بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

3. ليكن (Δ) المستقيم الذي يشمل I و العمودي على (P) .

أ. عين تمثيلا وسيطيا لـ (Δ) .

ب. عين احداثيات G نقطة تقاطع (Δ) و (P) .

ت. تحقق أن G مركز ثقل المثلث ABC ثم استنتج مركز الدائرة (C) و نصف قطرها.

التمرين الثالث: (05نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة IR المعادلة: $z^2-8\sqrt{3}z+64=0$.

2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ ، وحدة الطول $1cm$ ،النقط A , B , C التي لاحقاتها على الترتيب: $z_A=4\sqrt{3}-4i$ ،, $z_B=4\sqrt{3}+4i$ ، $z_C=-\sqrt{3}+i$.

أ. أكتب كل من z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب. عين العدد الطبيعي n : $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ حقيقي .

ث. هل $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^{2015}$ حقيقي ؟

د. عين طبيعة المثلث OAB .

3. اكتب العبارة المركبة للدوران r الذي مركزه O وزاويته $\frac{-\pi}{3}$.

4. أ. أحسب لاحقة D ورة C بالدوران r .

ب.بين أن لاحقة G مرجح الجملة $\{(O;-1);(D;1);(B;1)\}$ هي $z_G=4\sqrt{3}+6i$.

ج. اثبت ان النقط C ، D و G على استقامة واحدة.

د. عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $-|z|^2+|z-z_A|^2+|z-z_B|^2=20$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوى منسوب إلى المعلم المتعامد $(o,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $2cm$).

I/- g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-(x^2-2x+2)e^{-x}$.

1. أدرس تغيرات الدالة g .

2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,35<\alpha<0,36$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II/- f الدالة المعرفة على IR بـ: $f(x)=x-1+(x^2+2)e^{-x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني.

1. أدرس تغيرات الدالة f .

2. أ- بين أن $f(\alpha)=\alpha(1+2e^{-\alpha})$.

ب- عين حصرا لـ $f(\alpha)$.

3. أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

4. أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفا لة $x_0=0$.

5. أنشيء كل من (Δ) ، (T) و (C_f) على المجال $]-1;+\infty[$.

6. أ/- عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون الدالة F المعرفة بـ: $F(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$ دالة أ لية للدالة: $x\to(x^2+2)e^{-x}$ على IR .

ب/- أحسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المستوي ا لدد بـ (C_f) و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=-\alpha$ و $x=0$.

ج/- بين أن: $A(\alpha)=4e^{2\alpha}+8e^{\alpha}-16$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول (4,5 نقطة):

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $u_0 = 6$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

1) أ–أرسم في معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ المستقيمين $(D): y = \frac{2}{3}x + 1$ و $(\Delta): y = x$.

ب – مثل على ور الفوا ل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 و u_3، ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

ج – برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \succ 3$.

د –ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . استنتج تقارب المتتالية (u_n).

2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث: $v_n = 2^n \times 3^{1-n}$.

أ– بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{2}{3}$ يطلب تعيين حدها الأول.

ب–برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n - 3$ ، استنتج $\lim u_n$.

3) لتكن (w_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي: $w_n = \ln v_n$.

أ – بين أن (w_n) متتالية حسابية يطلب إيجاد أساسها و حدها الأول.

ب –نعتبر المجموع: $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + ... + \frac{u_n}{v_n}$.

بين أن $S_n = 2\left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} + n - 1$.

التمرين الثاني (4نقاط):

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$،نعتبر النقط :

$A(1,2,7)$ ، $B(2;0;2)$ ، $C(3;1;3)$ ، $D(3;-6;1)$ و $E(4;-8;-4)$.

1) بين أن النقط A ، B و C ليست في إستقامية.

2) ليكن $\vec{u}$ شعاعا من الفضاء مركباته $(1,b,c)$ حيث b و c عددان حقيقيان.

أ – عين b و c بحيث يكون $\vec{u}$ شعاعا ناظميا للمستوي (ABC).

ب – استنتج أن : $x - 2y + z - 4 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

ج – هل النقطة D تنتمي إلى المستوي (ABC)؟

3) نعتبر المستقيم (Δ) الذي تمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = -4t + 5, (t \in \mathbb{R}) \\ z = 2t - 1 \end{cases}$

أ –هل المستقيم (Δ) عمودي على المستوي (ABC).

ب – عين إحداثيات النقطة H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوي (ABC).

ادرس وضعية المستقيم (DE) بالنسبة إلى المستوي (ABC).

التمرين الثالث (5نقاط):

1 من أجل كل عدد مركب $\mathbb{Z}$ نضع : $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

أ) احسب $P(-1)$ ثم عين العددين الحقيقيين a b بحيث يكون : $P(z) = (z+1)(z^2 + az + b)$.

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.

2– المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{u}, \vec{v})$. وحدة الطول $2cm$.

نعتبر النقط G,C,B,A لواحقها على الترتيب: $z_A=-1$ ، $z_B=2+i\sqrt{3}$ ، $z_C=2-i\sqrt{3}$ ، $z_G=3$

أ) مثل النقط G,C,B,A .

ب) عين عمدة للعدد المركب : $\frac{z_A-z_C}{z_G-z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلث ACG و احسب مساحته .

3- أ) أثبت أن النقطة G مرجح الجملة المثقلة : $\{(A,-1);(B,2);(C,2)\}$

ب)عين مجموعة النقط M من المستوي بحيث : $\left(-\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right).\overrightarrow{CG}=12$

4- نعتبر S التحويل النقطي الذي يرفق بالنقطة M ذات الاحقة z النقطة M' ذات الاحقة z' حيث: $z'=\left(1+i\sqrt{3}\right)z-i\sqrt{3}$

أ) تعرف على طبيعة التحويل S و اذكر عنا ره المميزة.

عين G',C',A' ور النقط G,C,A على الترتيب بالتحويل S ثم استنتج مساحة المثلث $A'C'G'$.

<u>التمرين الرابع:</u> (6,5 نقطة)

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس، (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ حيث:

$$f(x)=2x-2+\ln\left(\frac{x^2-2x+2}{x^2}\right)$$

1) أحسب $\lim_{x\to 0} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا.

2) أحسب $\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-(2x-2)\right]$ ، وفسر النتيجة بيانيا.

3) أ. بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $f'(x)=\frac{2(x-1)(x^2-x+2)}{x(x^2-2x+2)}$.

ب. استنتج اشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

ج. عين حسب قيم x اشارة $f(x)$.

4) أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x-2$

5) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $\left]-\frac{1}{2};-\frac{1}{3}\right[$ حيث: $f(\alpha)=0$

6) عين النقطة من (C_f) التي يكون عندها المماس (T) موازيا للمستقيم (Δ) . ثم أكتب معادلة له.

7) أرسم (Δ) ، (T) و (C_f).

8) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد واشارة حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x : $f(x)=2x+m$.

9) F دالة أ لية لـ f على المجال $]-\infty;0[$.

أ* عين اتجاه تغيرالدالة F

ب* أعط تفسيرا هندسيا للعدد $\int_{\alpha}^{-1} f(x)\,dx$ دون حسابه.

تمانياتنا لكم بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا