الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية غرداية

إمتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي — ثانويات المقاطعة الأولى

الشعبة: تقني رياضي — دورة : ماي 2019

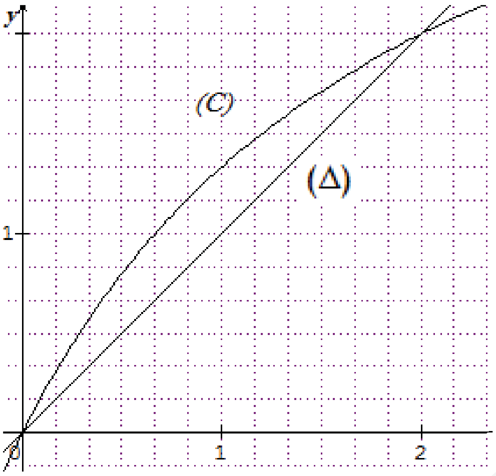
إختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 04 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{4x}{x+2}$. (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. و ليكن (Δ) المستقيم ذا المعادلة $y=x$.



(U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول : $U_0=1$ من أجل كل عدد طبيعي n $U_{n+1}=f(U_n)$.

1. أ) تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

ب) أعد رسم الشكل المقابل ثم مثل على حامل محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (U_n) (بدون حساب الحدود) موضحا خطوط التمثيل، ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها.

2. أ) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le U_n<2$.

ب) بين أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ ، ماذا تستنتج ؟ ثم أحسب نهاية (U_n) .

3. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=1-\dfrac{2}{U_n}$

أ) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ محددا حدها الأول V_0 .

ب) أكتب V_n بدلالة n و استنتج عبارة U_n بدلالة n .

4. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $|U_{n+1}-2|\le\dfrac{2}{3}|U_n-2|$

ثم استنتج أن : $|U_n-2|\le\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$ و أحسب $\lim U_n$

5. أحسب المجموعين S_n و S'_n بدلالة n حيث : $S_n=V_0+V_1+V_2+...+V_n$

$S'_n=\dfrac{1}{U_0}+\dfrac{1}{U_1}+\dfrac{1}{U_2}+...+\dfrac{1}{U_n}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I. صندوق يحتوي على 6 كريات تحمل العدد 1 و 3 كريات تحمل العدد 2 و واحدة تحمل العدد (-2) .

نسحب عشوائيا و في أن واحد كريتين من الصندوق.

1. أحسب احتمال الحوادث التالية :

A : " الحصول على كريتين تحملان نفس العدد ".

B : " الحصول على كرية على الأقل تحمل العدد 1 ".

2. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب جداء العددين الظاهرين في الكريتين المسحوبتين.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي.

II. فيما يلي نعتبر الصندوق يحتوي على 10 كريات منها n كرية تحمل العدد 1 و واحدة تحمل العدد (-2) و باقي الكريات تحمل العدد 2 .

نسحب عشوائيا و في أن واحد كريتين، و لتكن الحادثة C :"سحب كريتين تحملان نفس العدد "

1. أحسب $P(C)$ بدلالة n .

2. عين قيم n بحيث: $P(C)=\frac{4}{5}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1. نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(Z)$ للمتغير Z حيث :

$$P(Z)=Z^3-4Z^2+6Z-4$$

أ) أحسب $P(2)$ ثم عين العددين الحقيقيين a و b بحيث :

$$P(Z)=(Z-2)(Z^2+aZ+b)$$

ب) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(Z)=0$.

2. نعتبر في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $Z_A=2$ ، $Z_B=1-i$ و $Z_C=\overline{Z_B}$

أ) أكتب $\frac{Z_C-Z_A}{Z_B-Z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) أكتب Z_B و Z_C على الشكل الأسي.

ج) تحقق أن : $\left(\frac{Z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1440}+\left(\frac{Z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2019}=\frac{Z_A}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}Z_B$

3. عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z (التي تختلف عن B و C) التي تحقق:

$\arg\left(\dfrac{Z_C - Z}{Z_B - Z}\right) = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ حيث k عدد صحيح.

4. ليكن R الدوران الذي مركزه A و يحول النقطة B إلى النقطة C .

أ) عين زاوية الدوران R .

ب) أكتب العبارة المركبة للدوران R ثم عين لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران R .

ج) عين طبيعة المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالدوران R ، محددا عناصرها.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x^3 - x + 3 - 2\ln x$

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $g'(x) = \dfrac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$.

2. أ) أدرس إتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

ب) استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$.

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - 1 + \dfrac{x - 1 + \ln x}{x^2}$

(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. أ) لتكن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $h(x) = x - 1 + \ln x$

أحسب $h(1)$ و أدرس اتجاه تغير الدالة h على $]0;+\infty[$ ، ثم استنتج اشارة $h(x)$.

ب) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل لـ (C) بجوار $+\infty$.

ج) استنتج من الأسئلة السابقة وضعية المنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

4. أ) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة $A(1;0)$.

ب) أرسم كلا من (Δ) ، (T) و (C) .

5. m عدد حقيقي. المستقيم (Δ_m) حيث : $y = mx - m$ معادلة له .

أ) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي m ، النقطة A تنتمي إلى المستقيم (Δ_m) .

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x) = mx - m$ حلان مختلفان.

6. أ) بإستعمال التكامل بالتجزئة، بين أن : $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}\,dx = 1 - \frac{2}{e}$.

ب) أحسب بـ $u.a$ مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما:

$x = 1$ و $x = e$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين x و y حيث: $14x+9y=13$

1. حل في Z^2 المعادلة (E) علما أن الثنائية $(-1;3)$ حلا خاصا لها.
2. ليكن N عددا طبيعيا حيث يوجد عددان طبيعيان a و b يحققان: $\begin{cases} N=14a-9 \\ N=9b+4 \end{cases}$

أ) بين أن الثنائية $(a;-b)$ حل للمعادلة (E).

ب) عين باقي القسمة الإقليدية للعدد N على 126.

3. حل في المجموعة Z^2 المعادلة : $14x+9y=130$
4. لتزيين قسم السنة 3 تقني رياضي إشترك مجموعة تلاميذ القسم في دفع 130 قطعة نقدية حيث دفع كل ذكر 14 قطعة نقدية و دفعت كل أنثى 9 قطع نقدية .

. ماهو عدد الذكور و عدد الإناث في هذا القسم ؟

التمرين الثاني: (05 نقاط)

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z و الوسيط الحقيقي α التالية:

$$(E)....\quad (Z-\alpha i)(Z^2-4Z+13)=0$$

II. في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط A، B، C و G التي لواحقها على الترتيب : $Z_A=\alpha i$، $Z_B=2+3i$، $Z_C=\overline{Z_B}$ و $Z_G=5$

1. بين أن Z_E لاحقة النقطة E صورة النقطة B بالتشابه الذي مركزه A و نسبته $\frac{\sqrt{2}}{2}$ و زاويته $\frac{\pi}{4}$ هي $Z_E=\left(\frac{\alpha-1}{2}\right)+i\left(\frac{5+\alpha}{2}\right)$.
2. عين Z_F لاحقة النقطة F صورة النقطة G بالدوران R الذي مركزه I منتصف $[AB]$ و زاويته $-\frac{\pi}{2}$.
3. أحسب Z_G-Z_A و Z_F-Z_E ، ثم أكتب العدد $\frac{Z_G-Z_A}{Z_F-Z_E}$ على شكله الأسي ، ماذا تستنتج؟
4. أ) بين أن $\frac{Z_F-Z_E}{Z_A-Z_E}=\frac{(2\alpha^2-12\alpha+50)}{(1-\alpha)^2+(\alpha-5)^2}+i\frac{(2\alpha^2-10)}{(1-\alpha)^2+(\alpha-5)^2}$.

ب) عين قيمتي α التي من أجلها تكون النقط A، E و F في استقامية.

ج) من أجل قيمتي α المتحصل عليهما سابقا بين أن A تنتمي إلى الدائرة (C) التي قطرها $[BC]$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $U_0 = 2$ و بالعلاقة : $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n + \frac{1}{3}n + 1$

I. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $V_n = U_n - n$

1. أ) برهن أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب) عبر عن V_n ثم U_n بدلالة n ثم أحسب نهاية (U_n) ، ماذا تستنتج؟

2. أحسب بدلالة n المجموع $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + ... + U_n$

II. لتكن المتتالية (W_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة : $W_n = \ln(V_n)$

1. برهن أن المتتالية (W_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

2. أ) أحسب بدلالة n المجموع : $A_n = W_0 + W_1 + W_2 + ... + W_n$

ب) استنتج بدلالة n الجداء : $P_n = V_0 \times V_1 \times V_2 \times ... \times V_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\Re$ كما يلي: $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

1. أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2. استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x .

II. لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\Re$ كما يلي : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$ ، و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (الوحدة $2cm$)

1. أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

4. أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O .

5. بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثييها.

6. أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) و المنحنى (C_f) .

7. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة: $(2x-1)e^{2x} + x = x + m + 1$

8. أ) بين أن الدالة: $H : x \mapsto (x-1)e^{2x}$ هي دالة أصلية للدالة : $h : x \mapsto (2x-1)e^{2x}$

ب) أحسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (T) و المستقيمين اللذين معادلتاهما: $x = 0$ و $x = 1$.

انتهى الموضوع الثاني