وزارة التربية الوطنية — الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات
امتحان البكالوريا التجريبي — المقاطعة رقم 1 لولاية غرداية
الشعبة : علوم تجريبية — دورة : ماي 2019

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة :03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأوّل :

التمرين الأول: (04 نقاط)

(U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي $U_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1} = 5 - \dfrac{4}{U_n}$

1) أحسب U_1 ، U_2 ثم برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n: $2 \leq U_n \leq 4$

2) بين ان (U_n) متزايدة .ثم استنتج أنها متقاربة .

3) برهن انه من اجل كل عدد طبيعي n: $4 - U_{n+1} \leq \dfrac{4 - U_n}{2}$.

4) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n: $0 \leq 4 - U_n \leq (\frac{1}{2})^{n-1}$ ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C و D لواحقها على الترتيب Z_A ، Z_B ، Z_C و Z_D حيث: $Z_A = i\sqrt{3}$ ، $Z_B = \overline{Z_A}$ ، $Z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ و $Z_D = \overline{Z_C}$

1) بين أن: $\left(\dfrac{1+Z_A}{2}\right)^{2019} + \left(\dfrac{1-Z_A}{2}\right)^{2019} = -2$

– عين قيم العدد الطبيعي n بحيث: $\left(\dfrac{1+Z_A}{2}\right)^{n} - \left(\dfrac{1-Z_A}{2}\right)^{n} = 0$

2) تحقق أن: $\dfrac{Z_D - Z_B}{Z_B - Z_C} = \dfrac{Z_C - Z_A}{Z_D - Z_A}$ ثم استنتج أن النقط A, B, C, D تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها المميزة.

3) عين طبيعة الرباعي $ABDC$ ثم احسب مساحته.

4) f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث:
$$Z' = \frac{Z_C - Z_A}{Z_B - Z_A}(Z - Z_A) + Z_A$$
. عين طبيعة التحويل f و عناصره المميزة .

5) (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z حيث: $(Z \neq Z_A$ و $Z \neq Z_B)$ المعرفة بالعلاقة:
$(E) : arg(Z^2 + 3) = arg(Z + i\sqrt{3}) + 2k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$

– بين أنه يمكن كتابة العلاقة للمجموعة (E) على الشكل: $arg(Z - Z_A) = 2k\pi$ ثم استنتج طبيعة المجموعة (E) .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

تتكون باقة ورد من أربع وردات حمراء وثلاث وردات بيضاء ووردتين لونهما أصفر.

I) نختار عشوائيا وفي آن واحد ثلاث وردات من هذه الباقة.

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الوردات الصفراء المختارة.

1) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X.

2) أحسب $E(X)$ الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

II) نختار على التوالي وبدون إرجاع ثلاث وردات من هذه الباقة.

نعتبر الحادثتان التاليتان:

الحدث A: " اختيار ثلاث وردات من نفس اللون ".

الحدث B: " اختيار وردتين على الأقل لونهما أحمر ".

1) أحسب الإحتمالات التالية $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(A\cap B)$.

2) علما أن الوردات المختارة من نفس اللون ، ما هو الاحتمال أن تكون حمراء. (الحدث R: اختيار ثلاث وردات حمراء)

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) يعطى في الشكل المرفق المنحنيين (C_1) و (C_2) لدالتين معرفتين وقابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، نعلم أن احدى هاتين الدالتين هي الدالة المشتقة للأخرى ، نرمز إليهما إذن بـ g و g' .

1) أرفق كل دالة منهما بتمثيلها البياني.

2) على المجال $[-\frac{3}{2};5]$ شكل جدول تغيرات الدالة g.

3) ماهو معامل توجيه المماس للمنحنى (C_1) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

II) لتكن المعادلة التفاضلية (E): $y'+y=2(x+1)e^{-x}$

1) بين أن الدالة f_0 المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f_0(x)=(x^2+2x)e^{-x}$ حل للمعادلة (E).

2) حل المعادلة التفاضلية (E'): $y'+y=0$.

3) بين أن f حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت الدالة u حيث $u=f-f_0$ حلا للمعادلة (E').

4) استنتج من أجل كل x من $\mathbb{R}$ ، عبارة $f(x)$ عندما تكون f حلا للمعادلة (E).

5) علما أن الدالة g المعرفة في الجزء (I) حلا للمعادلة (E) عين $g(x)$ من أجل كل عدد حقيقي x.

6) عين الحل h للمعادلة (E) الذي تمثيله البياني يقبل في النقطة ذات الفاصلة 0 مماسا معامل توجيهه معدوما.

III) f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x^2+2x+2)e^{-x}$.

1) عين نهاية f عند $+\infty$ وعند $-\infty$.

2) نعلم أن الدالة f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ، عين دالتها المشتقة وأدرس اشارتها، ثم أنجز جدول تغيراتها.

3) في معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ (وحدة الطول $2cm$) ، نسمي (C_f) التمثيل البياني للدالة f.

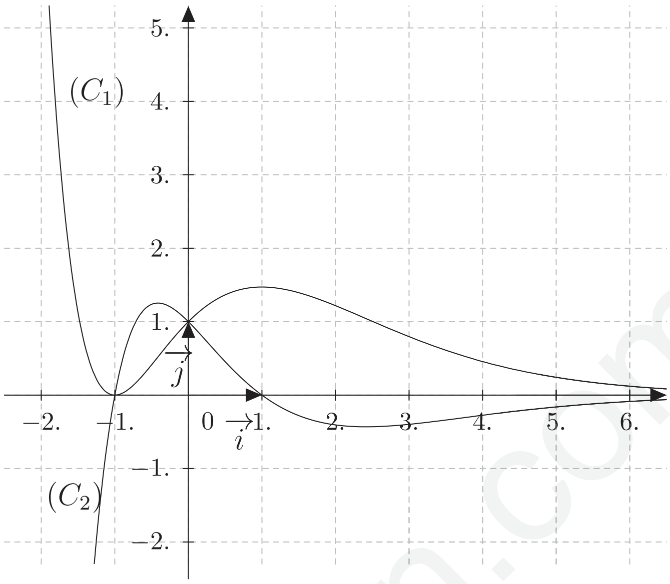
أ) عين معادلة لـ (d) مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة -1.

ب) أنشئ المماس (d) والمنحنى (C_f) في المعلم $\left(O; \vec{i}; \vec{j}\right)$.

4) لتكن الدالة F المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$.

ا) عين الأعداد الحقيقية a، b و c حتى تكون F دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) وبمحور التراتيب و محور الفواصل والمستقيم ذي المعادلة $x = 1$.



الموضوع الثّاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

f الدالة المعرفة على المجال $[1,+\infty[$ بالشكل: $f(x)=1+\sqrt{x-1}$, و ليكن (C_f) المنحنى الممثل لها.

(Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$ (كما هو موضح في الشكل 1).

ولتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $U_0=\dfrac{3}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $U_{n+1}=f(U_n)$

1) ا) مثل على حامل محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 دون حسابها مبينا خطوط الإنشاء.(الشكل 1)

ب) خمن إتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها.

ج) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n فان $1<U_n<2$.

2) أثبت ان المتتالية (U_n) متزايدة تماما.ثم استنتج أنها متقاربة .

3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بالشكل: $V_n=ln(U_n-1)$

ا) بين أنّ المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأول.

ب) أكتب عبارة الحد العام (V_n) بدلالة n ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

4) احسب كلا من Π_n و S_n بدلالة n حيث:

$\Pi_n=(U_0-1)(U_1-1)(U_2-1)...(U_n-1)$

$S_n=V_0^2+V_1^2+V_2^2+...+V_n^2$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(Z+\sqrt{3}-3i)(Z^2-6Z+12)=0$

2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

نعتبر النقط A ، B ، C التي لواحقها على الترتيب. $Z_A=3+i\sqrt{3}$ ، $Z_B=3-i\sqrt{3}$ ، $Z_C=-\sqrt{3}+3i$

ا) أكتب كلا من Z_A و Z_C و $\dfrac{Z_C}{Z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث OAC.

ب) أحسب $\left(\dfrac{Z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1440}+i\left(\dfrac{Z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2019}$

3) لتكن النقطة D نظيرة C بالنسبة إلى محور الفواصل ، بين أن المستقيمين (AD) و (BC) متعامدان.

4) عين نسبة وزاوية التشابه المباشر S الذي مركزه $E(3-\sqrt{3},0)$ ويحول النقطة A إلى النقطة C.

5) بين أن النقط $A,\ E,\ O,\ C$ تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على 4 كرات حمراء و 3 كرات بيضاء ، و يحتوي صندوق U_2 على كرتين حمراوين و 5 كرات بيضاء ، و يحتوي صندوق U_3 على 3 كرات تحمل الرقم 1 و كرتين تحملان معا الرقم 2.

1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد 3 كرات من U_1، (ولا نهتم بالصندوقين U_2 و U_3).
   ا) ما هو عدد الحالات الممكنة .
   ب) ما هو احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون.
   ج) ماهو احتمال الحصول على كرة بيضاء على الأقل.
   د) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة.
   – حدد قانون احتمال X.

2) نسحب الآن كرة من U_3. إذا كان رقمها هو 1 نسحب كرة من U_1، أما إذا كان رقمها هو 2 فنسحب كرة من U_2.
   ا) ما هو احتمال الحصول على كرة حمراء.
   ب) علما أن الكرة المسحوبة حمراء ، ماهو احتمال كونها مسحوبة من U_1.
   (نسمي الأحداث التالية الحدث R: الكرة المسحوبة حمراء ، الحدث A_1: الكرة مسحوبة من الصندوق U_3 وتحمل الرقم 1 ، الحدث A_2: الكرة مسحوبة من الصندوق U_3 وتحمل الرقم 2 ، الحدث B: الكرة مسحوبة من الصندوق U_1)

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;2\}$ كمايلي: $f(x)=\dfrac{3x^2-x-2}{x^2-x-2}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا.

2) ا) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{-1;2\}$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{-2x(x+4)}{(x^2-x-2)^2}$
   ب) استنتج إتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) ا) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) المقارب الأفقي له.
   ب) عين نقاط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.
   ج) ارسم المستقيمات المقاربة و المنحنى (C_f).
   د) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة:
   $$(3-m)x^2+(m-1)x+2(m-1)=0$$

4) ا) عين الأعداد الحقيقية a ، b و c بحيث من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن -1 و 2 لدينا:
   $$f(x)=a+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{x-2}$$
   ب) إستنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]2,+\infty[$.

5) لتكن $S(\lambda)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات $y=3$ و $x=3$ و $x=\lambda$ حيث: λ عدد حقيقي ينتمي إلى المجال $]2,3[$.
   ا) أحسب المساحة $S(\lambda)$ بدلالة λ.

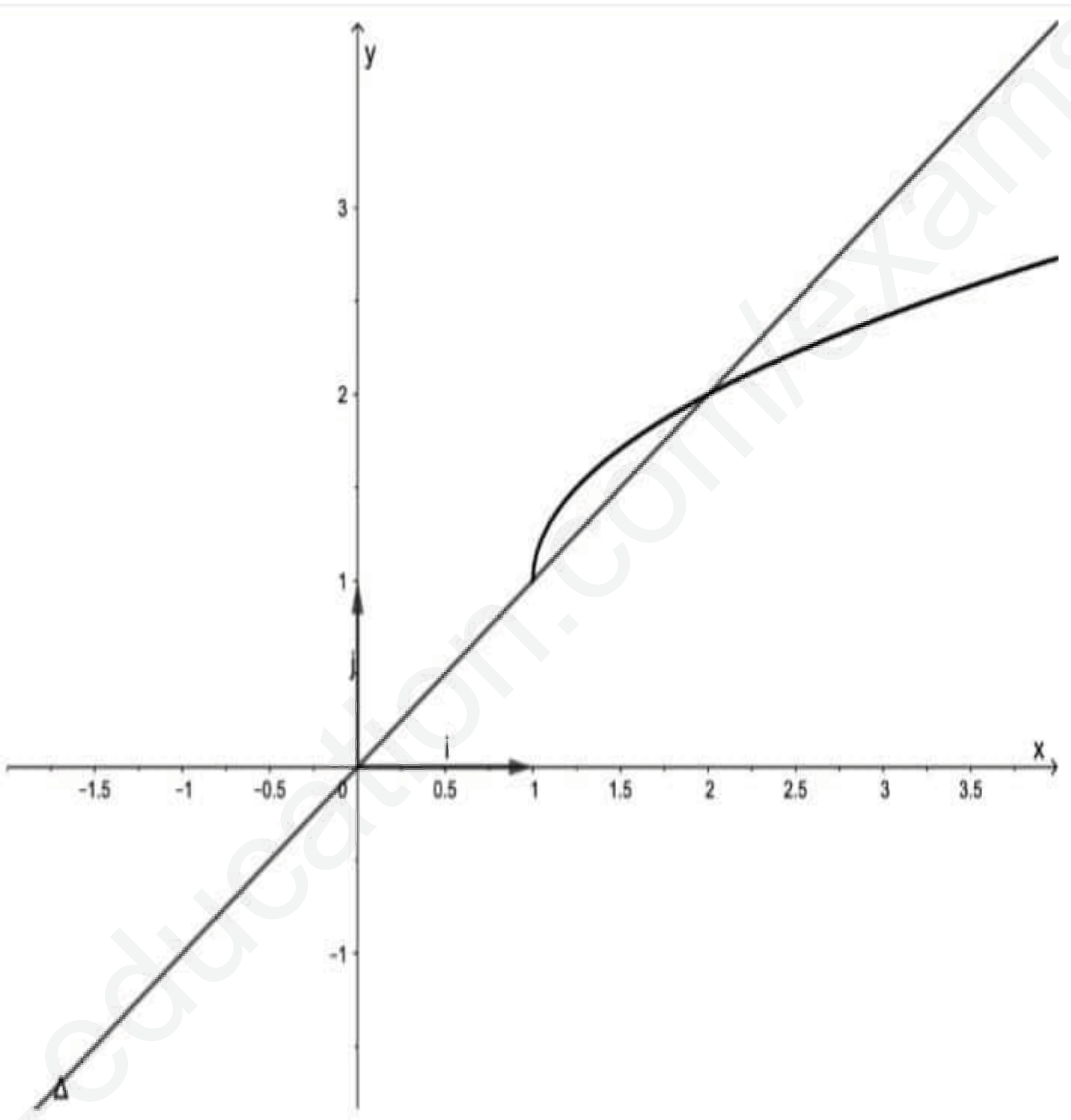
ب) أحسب $\lim_{\lambda \to 2} S(\lambda)$.

6) لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$ كمايلي: $g(x) = \dfrac{3x^2 - |x| - 2}{x^2 - |x| - 2}$

ا) برهن أن g دالة زوجية على مجموعة تعريفها.

ب) أدرس قابلية إشتقاق الدالة g عند $x_0 = 0$ وفسر النتيجة هندسيا.

7) أكتب الدالة g دون رمز القيمة المطلقة. و بإستعمال المنحنى (C_f) أنشئ المنحنى (C_g) الممثل للدالة g.



الشكل-1-