الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية وهران

امتحان بكالوريا تجريبية | ثانوية سويح الهواري

الشعبة: علوم تجريبية | 2023/05/15

اختبار في مادة: الرياضيات | المدة: 3 سا ونصف

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول:(4 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء مرقمة 1 ،1، 2، 3 وثلاث كريات حمراء مرقمة 1 ،1 ،2 . (الكريات متشابهة لا نفرق بينها عند اللمس). نسحب عشوائيا كريتين على التوالي بدون إعادة الكرية المسحوبة إلى الكيس. نعتبر الحادثتين التاليتين: A " **الحصول على كريتين من نفس اللون** " و B " **الحصول على كريتين مجموع رقميهما يساوي** 4".

1) احسب $P(A)$ ثم بين أن: $P(B)=\frac{5}{21}$.

2) هل A و B مستقلتان؟

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب رقمين $(a;b)$ العدد $(a-b)$ حيث a هو رقم الكرية في السحب الأول و b رقم الكرية في السحب الموالي (الثاني).

أ ـ بين أن قيم المتغير العشوائي X هي: -2 ، -1، 0 ،1 و 2. (يمكن الاستعانة بشجرة الاحتمالات)

ب ـ اعط قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

4) احسب $P\left(\log\left(|X|\right)\le 0,25\right)$.

التمرين الثاني:(4 نقاط)

ـ اجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}-\{0;1\}$ بـ: $f(x)=\ln\left|\frac{x}{x-1}\right|$

ـ من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{0;1\}$ لدينا: $f(1-x)+f(x)=1$

2) Z عدد مركب. معامل Z^6 في منشور العدد $(z+i)^{13}$ هو: $3432i$.

3) z عدد مركب يختلف عن 1 و (-1). إذا كانت $|z|=1$ فإن العدد المركب $\frac{1-z}{1+z}$ هو تخيلي صرف .

4) ليكن $z=x+iy$ عدد مركب حيث $x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}^*$. مجموعة حلول المعادلة ذات المجهول z التالية: $z.\bar{z}+\left(z-\bar{z}\right)\left(z+\bar{z}\right)=4iy+2$ هي: $s=\{1+i;1-i\}$

اقلب الصفحة ←

التمرين الثالث:(5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n=\frac{1}{3}u_{n-1}+\frac{5}{3}$

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ: $v_n=\frac{1}{3}(u_{n-1}-u_n)$

1) أ ـ احسب u_1 و v_1 ثم بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$.

ب ـ اكتب بدلالة n عبارة الحد العام v_n.

ج ـ استنتج مما سبق اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $3(u_n-v_n)=5+u_n$

3) اوجد بدلالة n عبارة الحد العام u_n ثم بين أنها متقاربة.

4) بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $2u_1+2u_2+\cdots+2u_n=5n+1-u_n$

التمرين الرابع:(7 نقاط)

I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-2\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $]0;+\infty[$.

2) حدد حسب قيم x إشارة $g(x)$ مع تعليل إجابتك.

II) لتكن f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x-(\ln x)^2$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن المستقيم (Δ) ذو معادلة $x=0$ هو مستقيم مقارب للمنحني (C_f).

2) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $\frac{(\ln x)^2}{x}=\left(\frac{2\ln\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\right)^2$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$.

3) اثبت أن الدالة f متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

4) اوجد احداثيي النقطة A من (C_f) التي يكون عندها المماس هو المنصف الأول ($(T): y=x$).

5) تحقق أن: $f(0,37)\times f(0,5)<0$ ثم استنتج أن المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلها العدد α يطلب تحديد حصرا له.

6) أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحني (C_f). (نقبل أن النقطة $\omega(e;e-1)$ هي نقطة انعطاف لـ (C_f))

III) لتكن الدالة h المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=x(-1+\ln x)$.

أ ـ اوجد عبارة $h'(x)$.

ب ـ باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن: $\int_1^e(\ln x)^2\,dx=e-2$ ثم فسره هندسيا.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(4 نقاط)

نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ النقطتين A و B حيث:

$$z_B = 2\sqrt{3}-2i \quad ، \quad z_A = 2+2i$$

1) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z التالية: $\left(z^2-4z+16\right)\left(z-2-2i\right)=0$

2) أ ـ اكتب العدد المركب $\dfrac{z_A}{z_B}$ على الشكل الأسي.

ب ـ اكتب العدد $\dfrac{z_A}{z_B}$ على الشكل الجبري ثم استنتج القيم المضبوطة للعدد $\sin\dfrac{5\pi}{12}$

3) n عدد طبيعي. عين قيم n حتى يكون العدد $\left(\dfrac{z_B}{z_A}\right)^n$ تخيليا صرفا.

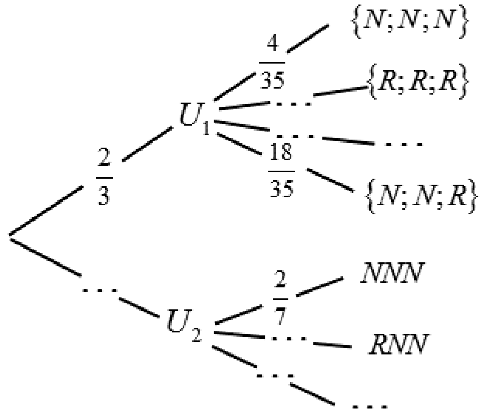
4) عين (E) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق: $\left|z-z_A\right|-\left|z-2\sqrt{3}+2i\right|=0$

التمرين الثاني:(4 نقاط)

يحتوي صندوق U_1 على سبع كرات متماثلة منها ثلاثة حمراء وأربعة سوداء وصندوق آخر U_2 يحوي سبع كرات كذلك متماثلة: منها اثنتان حمراوان وخمسة سوداء. نرمي حجر نرد غير مزيف ذا ستة أوجه مرقمة: 1 ،1،1،1،2،2

ـ إذا ظهر الرقم 1 نسحب عشوائيا من الصندوق U_1 ثلاث كرات دفعة واحدة، أما إذا ظهر الرقم 2 نسحب عشوائيا من الصندوق U_2 ثلاث كرات على التوالي بدون إرجاع الكرة المسحوبة إلى U_2. ونعتبر الحوادث التالية:

A :" سحب ثلاث كرات سوداء" ، B :" سحب ثلاث كرات حمراء" و D :" سحب ثلاث كرات مختلفة في اللون"



1) انقل شجرة الاحتمالات المعطاة ثم اكملها بدقة.

2) أ ـ احسب كلا من: $P(A)$ و $P(B)$.

ب ـ بين باستعمال شجرة الاحتمالات أن: $P(D)=\dfrac{17}{21}$

ج ـ تأكد من قيمة $P(D)$ باستعمال طريقة ثانية.

3) اعط احتمال سحب ثلاث كرات حمراء علما أنها من U_1 .

4) علما أن الكرات الثلاثة المسحوبة حمراء، احسب احتمال أن تكون من قد سحبت من الصندوق U_1 .

اقلب الصفحة

التمرين الثالث:(5 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_0=\alpha$ ومن اجل كل n من $\mathbb{N}$: $2u_{n+1}=3(u_n)^2$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}_+$

I) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

II) نضع في كل ما يأتي: $\alpha\in\mathbb{R}_+^*-\left\{\frac{2}{3}\right\}$ ونعرف على $\mathbb{N}$ المتتالية (v_n) بـ: $v_n=\ln u_n+\ln\left(\frac{3}{2}\right)$

1) اثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=2$ يُطلب حساب حدها الأول بدلالة α .

2) اكتب بدلالة n و α عبارة الحد العام v_n .

3) أ ـ بين أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_n=\frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}\alpha\right)^{2^n}$.

ب ـ عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (u_n) متقاربة.

4) نضع: $\alpha\in\left]0;\frac{2}{3}\right[$ ونعرف المجموع S_n بـ: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

ـ عين العدد الحقيقي α حتى تكون: $\lim\limits_{x\to+\infty}S_n=1$

التمرين الرابع:(7 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $]-2;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{2x+2}{x+2}-e^{-x-1}$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب ما يلي: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}-2}f(x)$ ثم فسر النتيجتين بيانيا.

2) أ ـ بين أنه من أجل كل x من $]-2;+\infty[$: $f'(x)>0$.

ب ـ شكل جدول تنغيرات الدالة f على $]-2;+\infty[$.

3) أ ـ اثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل في المجال $]-0,6;-0,5[$ حلا وحيدا نرمز له بـ α.

ب ـ استنتج حسب قيم x إشارة $f(x)$.

4) أنشئ المستقيمات المقاربة والمنحني (C_f) .

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $\frac{2x+2}{x+2}=m+\frac{1}{e^{x+1}}$

6) احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات معادلات: $y=0$ ، $x=\alpha$ و $x=-1$

7) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=f(n)+\frac{2}{n+2}$

ـ احسب بدلالة العدد الطبيعي n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_{n-1}$

بالتوفيق والنجاح لكم يا ابنائي الأعزاء وفقكم الله في امتحان شهادة البكالوريا

انتهى الموضوع الثاني