الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الأغواط

بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي

الشعبة : رياضيـــــــــــات

ثانويات الأغواط المقاطعة – 01-

دورة : مـــــــــاي 2019

إختبار في مادة الرياضيات — المدة : 4 ساعـــــات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

تمرين 01 : (03.5نقاط) نعتبر المتتالية (Z_n) للأعداد المركبة المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n

$$\begin{cases} z_0 = 0 \\ z_{n+1} = \frac{1}{2}i \times z_n + 5 \end{cases}$$

في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

نضع M_n النقطة ذات اللاحقة z_n . نعتبر العدد المركب $z_A = 4+2i$ و النقطة A ذات اللاحقة z_A

1) لتكن (U_n) المتتالية المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ : $u_n = z_n - z_A$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{1}{2}i \times u_n$

ب)برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \left(\frac{1}{2}i\right)^n(-4-2i)$

3)برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، النقط M_{n+4} و M_n ، A على إستقامية

التمرين 02 : (04.5نقاط) الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$

نعتبر مجموعتي النقط (E) و (F) المعرفتين كالتالي:

$$(E) = \{M(x,y,z) / (x+y+z+1)^2 + (x-y+2)^2 = 0\}$$

$$(F)=\{M(x,y,z)/(x+y+z+1)^2-(x-y+2)^2=0\}$$

1. بين أن (E) هي مستقيم يطلب تعيين شعاع توجيه له

2. بين أن (F) هي إتحاد مستويين (P_1) و (P_2) يطلب إعطاء معادلتيهما ثم تحقق أن $(P_1)\cap(P_2)=(E)$

3. نرفق بكل عدد حقيقي m المستوي (P_m) المعرف بالمعادلة الديكارتية :

$$(P_m):(1+m)x+(m-3)y+(m-1)z+m-3=0$$

أ. تحقق أن (P_m) يحوي (E)

ب. هل كل مستو يحوي (E) هو المستوي (P_m) ؟ برر

التمرين 03 (05نقاط) نعتبرفي المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) ذات المجهول $(x;y)$ حيث : $4x-9y=5$

1) أ) بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة (E) فإن : $x\equiv 8[9]$ ، ثم إستنتج حلول المعادلة (E)

ب) α عدد طبيعي يكتب $\overline{43}$ في نظام التعداد الذي اساسه x و يكتب $\overline{98}$ في نظام التعداد الذي أساسه y حيث : $x\leq 35$ و $y\leq 15$

❖ عين القيم الممكنة لـ x و y ثم أكتب α في النظام العشري

2) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة العدد 4^n على 9

ب) عين الثنائيات $(x;y)$ من $\mathbb{N}^2$ حلول المعادلة (E) حيث : $2011^x+4^y+7\equiv 0[9]$

3) نعتبر العددين الطبيعيين a و b حيث : $a=9n+8$ و $b=4n+3$ و ليكن d قاسمهما المشترك الأكبر حيث n عدد طبيعي

أ) ما هي القيم الممكنة لـ d

ب) عين مجموعة قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $d=5$

4) من أجل كل عدد طبيعي n ، نضع $A=9n^2+17n+8$ و $B=4n^2+7n+3$

أ) بين أن العدد $(n+1)$ يقسم كلا من A و B

ب) إستنتج حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A و B

التمرين الرابع (07 نقاط) الجزء I) ليكن k عدد حقيقي موجب تماما

1) الدالة g_k معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g_k(x)=1+(1+k(x+1))e^{kx+k}$

أ) أحسب الدالة المشتقة g'_k ثم إستنتج إشارة $g'_k(x)$ من أجل x من $\mathbb{R}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g_k ، ثم إستنتج أنه من أجل x من $\mathbb{R}$: $g_k(x) > 0$ (لاحظ أن من أجل x من $\mathbb{R}$: $e^x > x$)

2) الدالة f_k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f_k(x) = x + (x+1)e^{kx+k}$

(C_k) منحني دالة f_k في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

- ❖ بين أن جميع المنحنيات (C_k) تمر بنقطة ثابتة I يطلب تعيين إحداثيتيها
- ❖ بين أنه من أجل x من $\mathbb{R}$: $f'_k(x) = g_k(x)$

الجزء II): بوضع $k = 1$:

أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f_1(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty} f_1(x)$

ب) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_1) بجوار $-\infty$

ج)أدرس إتجاه تغير الدالة f_1 على $\mathbb{R}$ و إستنتج جدول تغيراتها

د) عين معادلة المماس (Δ) للمنحني (C_1) عند النقطة التي فاصلتها -1

4) بين أن المعادلة $f_1(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-1 \le \alpha \le 0$

5)أ) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f_1(x-1) + f_{-1}(-x-1) = -2$. ماذا تستنتج بالنسة لـ (C_1) و (C_{-1}) ؟

ب)أرسم المنحني (C_1) . و إستنتج على نفس المعلم المنحني (C_{-1})

الجزء III) : λ عدد حقيقي أقل تماما من 1 . نعتبر التكامل التالي : $I_k = \int_{\lambda-1}^{-1} -(x+1)e^{kx+k}\,dx$

1) هل العدد I_k يمثل مساحة ؟ برر

2) بإستعمال التكامل بالتجزئة ، أحسب I_1 ثم إستنتج $\lim_{\lambda\to-\infty} I_1$. فسر هذه النتيجة

إنتهى الموضوع الأول .

الموضوع الثاني :

التمرين الأول : (04 نقاط)

1) نعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين $(x;y)\in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعرفة بـ : $2019x-2018y=1-\lambda$ بحيث $\lambda\in\mathbb{Z}$

أ) عين قيم λ التي من اجلها تقبل المعادلة (E) حلولا في $\mathbb{Z}^2$

ب)بين ان الثنائية $(1-\lambda;1-\lambda)$ حل خاص للمعادلة (E)

ت)حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E)

ث)نعتبر في $\mathbb{Z}$ جمله المعادلتين : $(S):\begin{cases}a\equiv 1[2018]\\ a\equiv\lambda[2019]\end{cases}$ بحيث $a\in\mathbb{Z}$

❖ إستنتج حل جملة المعادلتين (S)

5) أ) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n ، بواقي قسمة العدد 2^n على 7

ب)إستنتج باقي قسمة العدد $1440+2018^{2019}$ على 7

ج) بوضع $\lambda=0$: عين الثنائيات (x,y) من $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ حلول المعادلة (E) و تحقق $2^{y-x}\equiv 4[7]$

التمرين الثاني : (04نقاط) ليكن n عدد طبيعي بحيث : $n\geq 4$

1) يحتوي صندوق U على n كرة لا يمكن التمييز بينها عند اللمس منها 3 حمراء و البقية سوداء. نسحب عشوائيا وفي آن واحد كريتين

❖ أحسب إحتمال كل حادثة من الحادثتين التاليتين :

A : سحب كريتين من نفس اللون

B : سحب كرة حمراء على الأكثر

2) نعيد التجربة و نضيف صندوقين بحيث نرمز لـ U_k لصندوق k $(1\leq k\leq 3)$ الذي يحتوي على k كرة حمراء و $n-k$ كرة سوداء .

نختار عشوائيا صندوق من 3 صناديق و نسحب في آن واحد كريتين .

ليكن X المتغير العشوائي يرفق بكل نتيجة سحب عدد الكرات الحمراء.

❖ عين مجموعة قيم X

❖ أثبت أن : $P(X=1)=\dfrac{4(3n-7)}{3n(n-1)}$ و $P(X=2)=\dfrac{8}{3n(n-1)}$

❖ عين قانون الإحتمال لـ X

التمرين الثالث : (04.5 نقاط) حل في $\mathbb{C}$ جملة المعادلتين : $\begin{cases} z_1 - z_2 = 4i \\ z_1 + 3z_2 = 4\sqrt{3} \end{cases}$

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$. A و B النقطتان اللتان لاحقتاهما على الترتيب $\sqrt{3}-i$ و $\sqrt{3}+3i$

1. أكتب العدد المركب $\frac{z_B}{z_A}$ على الشكل الأسي .
2. إستنتج قيم n التي من أجلها يكون $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ عدد تخيلي صرف .
3. S التحويل النقطي الذي مركزه O ويحول A إلى B

♣ أوجد الكتابة المركبة للتشابه S ثم عين العناصر المميزة له

4.نعرف متتالية النقط A_n التي لاحقتها Z_n من المستوي المركب كمايلي : $\begin{cases} A_0 = A \\ A_{n+1} = S(A_n) \end{cases}$ من أجل كل عدد طبيعي n

أ) أنشيء في المستوي المركب . النقط A_0, A_1, A_2

ب) برهن أن : $Z_n = 2(\sqrt{3})^n e^{i\left(\frac{n\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)}$

4. نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كمايلي: $\begin{cases} U_0 = A_0A_1 \\ U_n = A_nA_{n+1} \end{cases}$

أ/ بين أن المتتالية (U_n) هندسية يطلب تحديد أساسها q و حدها الأول U_0

ب/ إستنتج عبارة U_n بدلالة n

جـ أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots\cdots\cdots + U_n$ ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} S_n$

التمرين 04 : (06.5 نقاط) الجزء $(I$: الدالة g معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $g(x) = 2x^3 - 1 + 2\ln x$

1) أدرس إتجاه تغير الدالة g على المجال $]0,+\infty[$

2) برر وجود عدد حقيقي α حيث $g(\alpha)=0$. ثم جد قيمة مقربة لـ α مدور إلى 10^{-3}

الجزء $(II$: الدالة f معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ : $f(x) = 2x - \frac{\ln x}{x^2}$

(C_f) منحنى f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ (بحيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$)

1) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$

2) أدرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) ذو المعادلة $y = 2x$

3) أ)بين أنه من أجل كل x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^3}$

ب) شكل جدول تغيرات دالة f

4) أرسم (Δ) و (C_f)

الجزء III) ليكن n عدد طبيعي غير معدوم .و ليكن I_n الحيز من المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين ذو المعادلتين : $x = 1$ و $x = n$

1) برر أن هذه المساحة معطاة بـ : $I_n = \displaystyle\int_1^n \frac{\ln x}{x^2} dx$

2) أ) تأكد أن الدالة : $F : x \to -\dfrac{\ln x}{x} - \dfrac{1}{x}$ هي دالة أصلية للدالة $x \to \dfrac{\ln x}{x^2}$ على المجال $]0,+\infty[$

ب)إستنتج عبارة I_n بدلالة n

3) أحسب نهاية المساحة I_n لما n تؤول الى $+\infty$

إنتهى الموضوع الثاني