الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

امتحان بكالوريا التجريبي — ثانوية مسعودي عطية- الجلفة

الشعبة : **تقني رياضي** — **دورة : ماي 2023**

اختبار في مادة: **الرياضيات** — **2023-05-15** — المدة : 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$، المعادلة : $9x+2y=42.......(1)$

1) أ) اثبت انه إذا كان $(x;y)$ حلا للمعادلة (1) ، فان $x\equiv 0[2]$

ب) استنتج حلا خاصا للمعادلة (1).

ج) حل المعادلة (1) ثم استنتج الحلول $(x;y)$ التي تحقق: $xy>0$

2) N عدد طبيعي يكتب $\overline{30\alpha\beta\gamma}$ في النظام ذي الأساس 5 .

ويكتب $\overline{55\alpha\beta}$ في النظام ذي لأساس 7 .

عين الأعداد الطبيعية α ، β ، γ ثم أكتب N في النظام العشري .

التمرين الثاني : 05 نقاط

لكل سؤال تعطى 4 إجابات واحدة منها فقط صحيحة، حدد الجواب الصحيح مع التعليل.

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\overrightarrow{OI};\overrightarrow{OJ})$ ، لتكن النقط A,B,C لواحقها على الترتيب:

$z_A=\frac{7+3i}{5-2i}$ ، $z_B=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$ ، $Z_C=-1+\sqrt{3}i$ و $Z_J=i$.

1. الشكل الجبري لـ z_A هو : ☐ $\frac{7}{5}-\frac{3}{2}i$ ☐ $\frac{29}{21}+\frac{29}{21}i$ ☐ $1+i$ ☐ $\frac{10}{3}$

2 . الشكل الآسي للعدد المركب z_C هو: ☐ $2e^{\frac{2\pi}{3}i}$ ☐ $-e^{i\sqrt{3}}$ ☐ $-2e^{-\frac{i\pi}{3}}$ ☐ $\sqrt{2}e^{\frac{2i\pi}{3}}$.

3. $\arg\left(\frac{i-z_B}{z_C-z_A}\right)$ هو قيس للزاوية: ☐ $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BI})$ ☐ $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{BJ})$ ☐ $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{BJ})$ ☐ $(\overrightarrow{BJ},\overrightarrow{AC})$.

4. أحد حلي المعادلة $z^2-2z+2=0$ هو: ☐ z_A ☐ z_B ☐ $\frac{1+i}{4}$ ☐ $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

5. مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث $|z-i|=\left|z-\frac{1+i}{2}\right|$ هي :

☐ الدائرة ذات المركز B ونصف القطر 1. ☐ محور القطعة $[BJ]$.

☐ المستقيم (BI). ☐ المستقيم (BI) ما عدا النقطة I .

التمرين الثالث: 04 نقاط

(u_n) ، (v_n) المتتاليتان المعرفتان على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 2$ ، $v_0 = 1$ ومن اجل كل عدد طبيعي n:

$$\begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n + 3v_n}{4} \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + 4v_n}{5} \end{cases}$$

1) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $w_n = u_n - v_n$

أ) اثبت أن (w_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول w_0 .

ب) اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n .

ج) أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n$.

2) اثبت ان المتتالية (u_n)متناقصة و المتتالية (v_n) متزايدة .

استنتج ان المتتاليتين (u_n) ، (v_n) متجاورتان .

3) نضع من اجل كل عدد طبيعي n : $T_n = 4u_n + 15v_n$.

أ) اثبت أن المتتالية (T_n) ثابتة واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

ب) باستعمال $w_n = u_n - v_n$ و $T_n = 4u_n + 15v_n$ وعبارة الحد العام w_n

- أوجد عبارة الحد العام u_n و v_n.

التمرين الرابع : 07 نقاط

g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 1-(x+1)e^{-x}$

1) أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

ب) أحسب $g(0)$ واستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

2) f الدالة العددية المعرفة على$\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = x-2+(x+2)e^{-x}$.

(C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

أ) أحسب نهاية f عند $-\infty$ ، $+\infty$.

ب) بين انه من اجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x) = g(x)$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثياتها .

3) أ) بين أن المنحنى (C) يقبل مماس معامل توجيهه 1 ، ثم اكتب معادلة له .

ب) بين أن (C) يقبل مستقيم مقارب (Δ)معادلته : $y = x-2$ عند $+\infty$

ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ).

ج) أنشئ (Δ) و (C).

4) باستعمال المنحنى (C) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة:

$$(x-2-m)e^{x} + x + 2 = 0$$

انتهي الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: 04 نقاط

1) جد القاسم المشترك الأكبر للأعداد : 2490 , 32785 , 2905

2) حل في $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ المعادلة : $7x+6y=79\cdots\cdots(1)$ (لاحظ 7+72=79)

3) اشترى نادي كرة القدم ملابس رياضية للاعبيه . إذا علمنا أن ثمن بذلة اللاعب هو 2905 DA

وثمن بذلة اللاعبة هو 2490 DA و علمنا أن النادي دفع في المجموع 32785 DA

- ما هو عدد اللاعبين و اللاعبات؟

4) N عدد طبيعي يكتب $\overline{1\alpha\beta\lambda}$ في نظام التعداد أساسه 9 حيث : $\alpha;\beta;\lambda$ بهذا الترتيب تشكل

حدودا متتابعة من متتالية حسابية متزايدة تماما و $(\lambda;\beta)$ حلا للمعادلة (1)

- عين $\alpha;\beta;\lambda$ ثم اكتب N في النظام العشري

التمرين الثاني: 04 نقاط

يحوي كيس أربع قريصات تحمل الأرقام 3،2،1، a ($a\in\mathbb{N}$) .

نسحب قريصة واحدة و نعتبر P_k هو احتمال سحب القريصة ذات الرقم k

1) أحسب الأعداد الحقيقية P_1 ، P_2 ، P_3 ، P_a إذا علمت أنها بهذا الترتيب تشكل حدود متتابعة من متتالية

حسابية أساسها $\frac{1}{18}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي الرقم الذي تحمله كل قريصة مسحوبة .

أوجد قيمة العدد a إذا علمت أن الامل الرياضياتي $E(X)$ يساوي $\frac{43}{9}$

3) من أجل $a=10$ احسب $P\left(X^2-3X+2\le 0\right)$ ، $P(X>2)$

التمرين الثالث: 05 نقاط

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما حيث : $\begin{cases} u_0+u_4=17e \\ \ln(u_3)-\ln(u_1)=2\ln 2 \end{cases}$

حيث ln اللوغاريتم النيبري ذوالاساس e.

1) أ- احسب q أساس المتتالية (u_n) وحدها الأول u_0.

ب- عبر عن u_n بدلالة n.

2) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n$

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n = \ln(u_n) + \ln(u_{n+1})$

أ) أكتب v_n بدلالة n ثم بين أن (v_n) متتالية حسابية .

ب) عين العدد الطبيعي n بحيث : $v_0 + v_1 + ... + v_n = 32 + 128\ln 4$

<u>التمرين الرابع: 07 نقاط</u>

I / عتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = x - x\ln x$

1) احسب نهايات الدالة g عند أطراف مجالات تعريفها .

2) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $3,5 \prec \alpha \prec 3,6$.

4) استنتج إشارة العبارة $g(x)+1$ على المجال $]0;+\infty[$

II / نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = \dfrac{\ln x}{x+1}$.

(C_f) التمثيل البياني للدالة f بالنسبة إلى معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$.

1) بين أن (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x = 0$ و $y = 0$

2) برهن انه من اجل كل عدد حقيقي x من لمجال $]0;+\infty[$: $f'(x) = \dfrac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1 .

5) احسب $\lim\limits_{x \to \alpha} \dfrac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$, فسر النتيجة هندسيا.

6) بين أن : $f(\alpha) = \dfrac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

7) ارسم (C_f) ثم استنتج إشارة $f(x)$

انتهي الموضوع الثاني