الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانويات ورقلة

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي — دورة ماي 2016

الشعبة :علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة :3 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

{الموضوع الأوّل}

التمرين الاول (04نقاط):

في هذا التمرين الأسئلة مستقلة عن بعضها ، وفي كل سؤال اقترحت ثلاث إجابات ،اجابة واحدة فقط منها صحيحة ،حددها مع التعليل .

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

1) لتكن A و B نقطتان مختلفتان من الفضاء ، مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $MA^2=MB^2$ هي :

أ) المجموعة الخالية — ب) مستوي — ج) سطح كرة

2) نعتبر النقطتين $C\left(0;1;-2\right)$ و $D\left(2;1;0\right)$ ، احداثيات G مرجح الجملة $\left\{\left(C;1\right),\left(D;3\right)\right\}$ هي :

أ) $G\left(\frac{3}{2};1;-\frac{1}{2}\right)$ — ب) $G\left(6;4;-2\right)$ — ج) $G\left(\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}\right)$

3) المستقيمان ذوي التمثيلين الوسيطيين : $\begin{cases}x=1\\y=1+2t\\z=1+t\end{cases}\quad t\in\mathbb{R}$ و $\begin{cases}x=3-2t'\\y=7-4t'\\z=2-t'\end{cases}\quad t'\in\mathbb{R}$ هما

أ) متوازيان — ب) متقاطعان — ج) ليسا من نفس المستوي

4) مجموعة النقط M التي تحقق $-2x+4y-4z+1=0$ و $x-y+2z-1=0$ هي :

أ) مجموعة خالية — ب) مستوي — ج) مستقيم

التمرين الثاني(05نقاط) :

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث : $\left(z+\sqrt{3}-i\right)\left(z^2-8\sqrt{3}z+64\right)=0$

2) المستوي المركّب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ (وحدة الطول $1cm$) ،تعطى النقط A ، B ، C التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=4\sqrt{3}-4i$ ، $z_B=4\sqrt{3}+4i$ ، $z_C=-\sqrt{3}+i$

أ) أكتب كلا من العددين المركّبين z_A و z_B على الشكل الأسي ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^n$ حقيقيا .

ب) تحقـق أن : $\left(\frac{z_B}{z_A}\right)^{2016}+\left(\frac{z_C}{2}\right)^{1962}=0$

ج) عين طبيعة المثلث OAB .

3) أكتب العبارة المركبة R للدوران الذي مركزه O وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

4) عين لاحقة النقطة D صورة C بالدوران R .

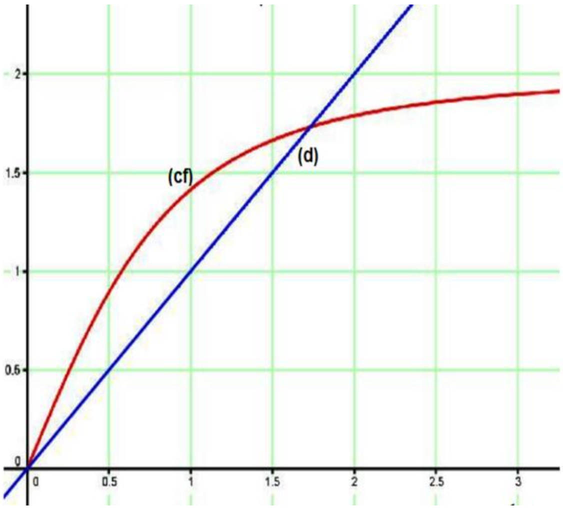
5) بيّن أنّ لاحقة G مرجح الجملة $\left\{\left(O;-1\right),\left(D;1\right),\left(B;1\right)\right\}$ هي : $z_G=4\sqrt{3}+6i$.

6) أثبت أنّ النقط C ، D و G على إستقامة واحدة .

7) عين مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $-|z|^2+|z-z_D|^2+|z-z_B|^2=20$.

التمرين الثالث (05 نقاط):

(c_f) المقابل هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$ في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ و (d) المستقيم ذو المعادلة $y=x$



1) بقراءة بيانية شكّل جدول تغيرات الدالة f

2) بيّن أنه اذا كان $x\in[1;\sqrt{3}]$ فإنّ $f(x)\in[1;\sqrt{3}]$

3) (u_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ بحدّها الأول $u_0=1$

ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) باستعمال المنحنى (c_f) والمستقيم (d) مثّل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل .

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) وتقاربها .

ج) برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le\sqrt{3}$

د) بين أنه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n\left(2-\sqrt{1+u_n^2}\right)}{\sqrt{1+u_n^2}}$ ، ثمّ استنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n).

4) (v_n) المتتالية العددية المعرّفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $v_n=\frac{u_n^2}{3-u_n^2}$.

أ) برهن أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب) أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n

ج) أحسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$ ، ماذا تستنتج ؟

التمرين الرابع(06 نقاط):

I. الجدول التالي هو جدول تغيرات الدّالة g المعرفة على $]-\infty;0]$ بـ : $g(x)=x^2-1+\frac{x}{1-x}+\ln(1-x)$.

x	$-\infty$ $\qquad$ 0
$g'(x)$	$-$
$g(x)$	$\searrow$

1) أحسب $g(0)$ و $\lim_{x\to-\infty}g(x)$.

2) بيّن أنّ المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]-\infty;0]$ ثمّ تحقق أنّ $-1<\alpha<-0.9$

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-\infty;0]$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;0[$ كمايلي : $f(x)=-x-3-\frac{1}{x}+\frac{\ln(1-x)}{x}$

وليكن (c_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim_{x\xrightarrow{<}0}f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty}f(x)$.

2) ببين أنّه من أجل كلّ x من المجال $]-\infty;0[$ فإنّ : $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدّالة f على المجال $]-\infty;0[$ ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

4) أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty}[f(x)+x+3]$ ، ثمّ فسّر النتيجة بيانيا .

ب) أدرس وضعيه (c_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x-3$

5) بيّن أنّ : $f(\alpha)=-2\alpha-3-\frac{1}{1-\alpha}$

6) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث $-3.2<\beta<-3.1$.

7) أنشئ في نفس المعلم (c_f) و (Δ).

8) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m الموجب تماما عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=1+\ln m$

الموضوع الثـــاني

التمرين الاول(04نقاط):

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$ ، نعتبر النقط $A\left(0;0;2\right)$ ، $B\left(0;4;0\right)$ و $C\left(2;0;0\right)$.

1) أ)تحقق أن المعادلة الديكارتية للمستوي $\left(ABC\right)$ هي : $2x+y+2z=4$

ب)أحسب المسافة بين النقطة O والمستوي $\left(ABC\right)$.

2) أ) عين معادلة ديكاتية للمستوي $\left(P\right)$ المار بالنقطة A والعمودي على المستقيم $\left(BC\right)$

ب)ليكن $\left(\Delta\right)$ مستقيم تقاطع المستويين $\left(P\right)$ و $\left(ABC\right)$.

✓ عين التمثيل الوسيطي للمستقيم $\left(\Delta\right)$، ماذا يمثل $\left(\Delta\right)$ في المثلث ABC .

3) أ) ليكن $\left(\Delta'\right)$ متوسط المثلث ABC في النقطة B .

أثبت أن التمثيل الوسيطي لـ $\left(\Delta'\right)$ معرف كمايلي : $\begin{cases} x=t \\ y=4-4t \quad t\in\mathbb{R} \\ z=t \end{cases}$

أ) أثبت أن المثلث ABC متساوي الساقين .

4) لتكن H نقطة تقاطع المستقيمين $\left(\Delta\right)$ و $\left(\Delta'\right)$.

أ) أثبت أن النقطة H إحداثياتها هي $\left(\frac{8}{9};\frac{4}{9};\frac{8}{9}\right)$.

ب) أثبت أن النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة O على المستوي $\left(ABC\right)$ ،ثمّ اوجد بطريقة ثانية المسافة بين النقطة O والمستوي $\left(ABC\right)$.

التمرين الثاني(05 نقاط):

$\left(u_n\right)$متتالية عددية معرفة بـ: $u_1=e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1}=\sqrt{\frac{u_n}{e}}$.

1) أ) أحسب u_2 ، u_3

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n\rangle\frac{1}{e}$.

ج) بين أن المتتالية $\left(u_n\right)$ متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة .

2) نعتبر المتتالية العددية $\left(v_n\right)$ المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كما يلي : $v_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\ln u_n$.

أ) بين أن $\left(v_n\right)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحده الاول .

ب) عبرعن v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج أنّ : $u_n=e^{6\left(\frac{1}{2}\right)^n-1}$.

ج) أحسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$

د) أحسب بدلالة n المجموع S_n و الجداء T_n حيث : $S_n=v_1^3+v_2^3+..........+v_n^3$

$T_n=u_1\times u_2\times............\times u_n$

ه) أحسب $\lim_{n\to+\infty}T_n$

التمرين الثالث(04 نقاط):

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z حيث : $(z^2+4)(z^2-2\sqrt{3}z+4)=0$.

2) المستوي المركّب منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ (وحدة الطول $1cm$)،تعطى النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب : $z_A=\sqrt{3}+i$ ، $z_B=\overline{z_A}$ ، $z_C=-2i$ ، $z_D=\overline{z_C}$.

أ) أُكتب كلا من العددين المركّبين z_A و $\left(\frac{z_A}{z_C}\right)$ على الشكل الأسي

ب) أنشئ بدقة النقط A ، B ، C و D .

ت) بيّن أنّ النقط A ، B، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

3) لتكن E نظيرة B بالنسبة إلى O .

أ) أحسب الطويلة والعمدة للعدد المركب : $\frac{z_A-z_C}{z_E-z_C}$ ثمّ استنتج طبيعة المثلث AEC .

ب) بيّن أنّ A هي صورة E بالدوران الذي مركزه النقطة C وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

ت) حدد مجموعة النقط M ذات اللاحقة z من المستوي التي تحقق العلاقة التالية : $\left|\frac{iz-1-\sqrt{3}i}{2z+4i}\right|=\frac{1}{2}$.

التمرين الرابع(07نقاط) :

I) نعتبر الدّالة g المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=1-\frac{x-1}{e^{x-2}}$

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ ،ثمّ فسّر النتيجة الأخيرة بيانيا .

2) أدرس اتجاه تغيرات الدالة g ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

3) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $g(x)\geq 0$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f(x)=x-1+\frac{x}{e^{x-2}}$

و (c_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $\left(o,\vec{i},\vec{j}\right)$..

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) بين أنّه من أجل كلّ x من المجال $]0;+\infty[$ فإنّ إشارة $f'(x)$ هي نفس إشارة $g(x)$

3) استنتج اتجاه تغير الدّالة f ثمّ شكّل جدول تغيراتها .

4) بيّن أنّ النقطة $I(2;3)$ نقطة انعطاف للمنحنى (c_f).

5) أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty}[f(x)-x+1]$ ، ثمّ فسّر النتيجة بيانيا .

ب) أدرس وضعية (c_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$

6) بيّن أنّ المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[0;0.2]$.

7) بيّن أنّ المنحنى (c_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلته .

8) أنشئ في نفس المعلم (c_f) ، (Δ) و (T) .

9) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $m+1-xe^{-x+2}=0$.

10) نعتبر الدّالة h المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=\frac{x}{e^{x-2}}$

أ) أحسب $h'(x)$ و $h''(x)$ ثمّ استنتج دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$.

ب) أحسب مساحة الحيز $S(\lambda)$ المحدد بالمنحنى (c_f) والمستقيمات $y=x-1$ و $x=0$ و $x=\lambda$ حيث $\lambda>0$

ج) أحسب $\lim_{\lambda\to+\infty} S(\lambda)$