وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية تيزي وزو — ثانوية بوجيمع

الشعبة : تقني رياضي — امتحان بكالوريا تجريبي — دورة : ماي 2019

اختبار: في مادة الرياضيات — المدة : 4 ساعات

على المترشح ان يختار احد الموضوعين التاليين

الموضوع الاول

التمرين الاول (04)

1) أ) ادرس حسب قسم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الاقليدية للعدد 3^n على 5.

ب) استنتج باقي قسمة العدد $2018^{2017^{2019}}$ على 5.

جـ) نعتبر مجموعة قيم العدد الطبيعي n التي تحقق الجملة التالية : $\begin{cases} 3^{3n}+3^{2n}+n \equiv 0[5] \\ n \equiv 1[4] \end{cases}$

2) نعتبر في المجموعة $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E) التالية : $311x-899y=34$.

ـ تحقق أن $(3;1)$ حلا للمعادلة (E) ثم حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E).

3) A عدد طبيعي يكتب $\overline{\beta\alpha\alpha 202}$ في النظام ذو الأساس 4 و يكتب $\overline{\alpha\beta 0\alpha\alpha}$ في النظام ذو الأساس 5.

ـ عين العددين الطبيعيين α و β ، ثم اكتب A في النظام العشري.

4) أ) حلل العدد $(A-2)$ إلى جداء عوامل أولية ثم استنتج الأعداد الطبيعية التي مربع كل منها يقسم $(A-2)$.

ب) عين العددين الطبيعيين a و b حيث : $5m^2+11d^2=A-2$ مع $d=PGCD(a;b)$ و $m=PPCM(a;b)$.

التمرين الثاني (05.5)

ينسب المستوي إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقط A ، B ، C ، D و H لواحقها على الترتيب :

$z_A=a$ ، $z_B=1+\frac{a-1}{a}i$ ، $z_C=ia$ ، $z_D=-\frac{1}{a}i$ ، $z_H=z_D+1$ حيث a عدد حقيقي موجب تماما و يختلف عن1

1) تحقق أن : $z_B-z_D=\overline{z}_D(z_A-z_C)$ و استنتج أن المستقيمين (AC) و (BD) متعامدان .

2) أـ عين الكتابة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول A إلى B و C إلى D.

ب ـ حدد لاحقة المركز Ω z_Ω للتشابه المباشر S ثم عين زاويته و نسبته

3)لتكن (M_n) متتالية نقط من المستوي معرفة كما يلي: $M_0=A$ و من أجل كل عدد طبيعي n لدينا $M_{n+1}=S(M_n)$ حيث z_n لاحقة النقطة M_n ، نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=|z_n-z_\Omega|$

أـ بين أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

ب ـ عين قيم a بحيث تكون المتتالية (u_n) متقاربة

جـ ـ ليكن T_n مجموع أطوال القطع المستقيمة $[A\Omega]$ ، $[M_1\Omega]$ ، … ، $[M_n\Omega]$ ، $[M_{n+1}\Omega]$ ـ احسب T_n بدلالة n

4)لتكن (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z التي تحقق $Z=a(1+e^{i\theta})$ حيث $\theta\in\mathbb{R}$

ـ عين طبيعة المجموعة (γ) مع تحديد عناصرها المميزة عندما θ يمسح المجموعة $\mathbb{R}$

التمرين الثالث:(03.5)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقطتين $A(2;1;1)$ و $I(3;-1;0)$ و (P) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء التي تحقق: $MA^2-\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MI}=0$

1) أ) بين أن A تنتمي إلى المجموعة (P)

ب) بين أن المجموعة (P) هي مستو حيث $x-2y-z+1=0$ معادلة ديكارتية له .

2) لتكن (S)سطح كرة مركزها I و تمر من النقطة A .

– تحقق أن نصف قطر سطح كرة (S) هو $\sqrt{6}$ ثم عين معادلة ديكارتية لها.

3) ليكن (Q)المستوي ذو المعادلة الديكارتية: $2x-y+z-4=0$

أ) بين أن (Q) يقطع (S) وفق دائرة (C) يطلب تعيين مركزها H و نصف قطرها r.

ب) لتكن $B(2;-2;-2)$ نقطة من الفضاء ، تحقق أن القطعة $[AB]$ قطرا للدائرة (C).

جـ) أكتب معادلة ديكارتية للمستوي (Q') المماس لسطح كرة (S) في النقطة B .

التمرين الرابع:(07نقاط)

لتكن f دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي: $\begin{cases} f(x)=\dfrac{1}{2}x^2(3-2\ln x)+1; x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$

و ليكن (C)تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$(وحدة الطول $2cm$)

1) أ- ادرس استمرارية الدالة f عند 0 من اليمين .

ب - احسب $\lim\limits_{x\overset{>}{\longrightarrow}0}\dfrac{f(x)-1}{x}$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

2) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$

ب - ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أنه يوجد عدد حقيقي موجب α حيث $f(\alpha)=0$ ثم تحقق أن $4.6<\alpha<4.7$

4)أكتب معادلة للمستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C) عند النقطة التي فاصلتها1 .

5) نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=f(x)-2x-\dfrac{1}{2}$

أ- احسب $g''(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة g'

ب - استنتج إشارة $g'(x)$ حسب قيم العدد x من المجال $]0;+\infty[$

ج - عين اتجاه تغير الدالة g ثم استنتج وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

6) أنشئ (Δ) و (C) ثم أنشئ (C') المنحنى الممثل للدالة $|f|$

7) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع $I_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1} x^2 \ln x dx$

أ- باستعمال المكاملة بالتجزئة احسب I_n بدلالة n

ب - استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ cm^2 للحيز المحدد بـ (C) و (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=\frac{1}{n}$

جـ - أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} A(n)$

الموضوع الثاني

التمرين الاول (05.5)

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث: $P(z)=z^3-5z^2+8z-6$

تحقق أن : $P(3)=0$ ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، نعتبر النقط A ، B ، C ، D التي لواحقها على الترتيب:

$$z_A=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}} \text{ ، } z_B=\overline{z_A} \text{ ، } z_C=2z_B \text{ ، } z_D=\operatorname{Re}(z_C+z_A)$$

أ- بين أن النقط A ، B ، C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

ب - أحسب $\arg\left(\dfrac{z_C-z_D}{z_A-z_D}\right)$، فسر النتيجة هندسيا .

جـ - عين $z_{D'}$ لاحقة النقطة D' حتى يكون الرباعي $ADBD'$ معين.

3) نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z'-1+i=e^{i\frac{\pi}{2}}(z-1+i)$

أ- عين طبيعة التحويل T و عناصره المميزة.

ب - عين لاحقة النقطة E صورة النقطة O بالتحويل T ثم بين أن المستقيمين (AB) و (CE) متعامدان .

4) أ- θ عدد حقيقي.عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $z-z_C=z_A\overline{z_A}e^{i\theta}$ لما θ يتغير في $\mathbb{R}$.

ب - عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $\arg\left(\dfrac{z-z_A}{z-z_B}\right)=\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$

التمرين الثاني (04)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ ب: $u_1=\sqrt{e}$ و من أجل كل عدد طبيعي $u_{n+1}=\dfrac{2}{3}u_n+\dfrac{1}{3}n+1$

1) أحسب u_2 ، u_3 و u_4 (تدور النتائج إلى 10^{-2}) و ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن : $u_n\le n+3$

ب) أثبت من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n فإن: $u_{n+1}-u_n\le\dfrac{1}{3}(n+3-u_n)$ واستنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ ب: $v_n=u_n-n$

- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{2}{3}$ و أن من أجل كل عدد طبيعي $n\ge1$ فإن: $u_n=n+(\sqrt{e}-1)\left(\dfrac{2}{3}\right)^{n-1}$

4) من أجل كل عدد طبيعي $n\ge1$ نضع : $S_n=\left(\dfrac{2}{3}\right)v_1+\left(\dfrac{2}{3}\right)^2v_2+\dots\dots+\left(\dfrac{2}{3}\right)^n v_n$ و $S'_n=u_1+u_2+\dots\dots+u_n$

- أحسب بدلالة n كلا من المجموعين S_n و S'_n ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{S'_n}{n^2}$.

التمرين الثالث: (3.5 ن)

I) يحتوي كيس على n كرة بيضاء حيث $(n\ge2)$ و 5 كرات حمراء و 3 خضراء.

نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الكيس.

1) ما احتمال سحب كرتين بيضاوين

2) نسمي $p(n)$ احتمال سحب كرتين من نفس اللون.

أ) بين أن : $p(n)=\dfrac{n^2-n+26}{(n+8)(n+7)}$

ب) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} p(n)$ ، ثم فسر النتيجة المحصل عليها.

II) فيما يلي نأخذ $n=4$ ، نعتبر اللعبة التالية ، يدفع في البداية اللاعب $30DA$ فايسحب كرتان من الكيس إذا وجد في السحب كرتين بيضاوين يربح $40DA$ ، إذا تحصل على إحداهما بيضاء يربح $10DA$ و إذا لم يحصل على أي كرة بيضاء تحصل على $0DA$. نسمي الربح الجبري للاعب الفرق بين المبلغ المدفوع أولا و المبلغ الذي كسبه .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل الربح الجبري للاعب.

1) عين قيم المتغير العشوائي X .

2) عين قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أمله الرياضي.

التمرين الرابع (07)

I/ g_k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g_k(x)=e^{kx}+1$ مع k وسيط حقيقي موجب تماما

و (C_k) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1/شكل جدول تغيرات الدالة g_k ثم إستنتج إشارة $g_k(x)$ على $\mathbb{R}$.

2/أ- بين أن المنحنيات (C_k) تشمل نقطة وحيدة I يطلب تعيين إحداثياها .

ب)عين قيمة العدد الحقيقي k التي يكون من أجلها المنحنى (C_k) يشمل النقطة $A\left(-\dfrac{1}{2};e+1\right)$.

II/نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+\dfrac{2e^{-x}}{e^{-x}+1}$ و (γ) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1/أحسب : $f(x)+f(-x)$, ماذا تستنتج ؟

2/أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{g_{-2}(x)}{(e^{-x}+1)^2}$.

ب - إستنتج جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

3/أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+2)\right]$ ثم فسر النتيجة هندسيا .

ب ـ أثبت أن المنحنى (γ) يقبل مستقيما مقاربا مائلا عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلته .

4/بين أن المنحنى (γ) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α محصورة بين 1.6- و 1.7-

5/أ- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (γ) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب ـ أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (γ) و المماس (T) .

ج ـ فسر النتيجة هندسيا .

6/أنشئ (T) و (γ)

7/ أ- أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (γ) و المستقيمات التي معادلاتها :
$x = 0; x = \alpha; y = x + 2$

انتهى الموضوع الثاني