المـــوضــوع الاول

التمرين الاول :(03 نقاط)

1. ليكن العددان الطبيعيان α ، β حيث : $\alpha = m^2 + m$ ، $\beta = m+2$ ، و m من $\mathbb{N}$
   أ) بين ان : $pgcd(\alpha;\beta) = pgcd(m;2)$
   ب) استنتج القيم الممكنة لـ $pgcd(\alpha;\beta)$
2. a ، b عددان طبيعيان مكتوبان في النظام تعداد اساسه n (n عدد طبيعي ، $n \geq 6$) ، بحيث $a = \overline{2310}$ ، $b = \overline{252}$
   أ) برهن ان : $2n+1$ يقسم a و b
   ب) بين انه اذاكان:
   - n فردي فان $pgcd(a;b) = 2n+1$
   - n زوجي فان $pgcd(a;b) = 4n+2$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

كيس يحتوي على 5 قريصات متماثلة ومرقمة من 1 إلى 5 ، نسحب بطريقة عشوائية من هذا الكيس قريصتين على التوالي بدون ارجاع القريصة الاولى المسحوبة.

1. شكل شجرة الامكانيات لهذه التجربة العشوائية ، ثم استنتج عدد عناصر المجموعة الشاملة Ω .
2. احسب احتمال كل من الاحداث التالية:
   - A : " حادثة الحصول على قريصتين مجموع رقميهما هو عدد زوجي".
   - B :" حادثة الحصول على قريصتين مجموع رقميهما هو عدد اولي".
   - C : " حادثة الحصول على قريصتين مجموع رقميهما اكبرتماما من العدد 7".
3. X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع رقمي القريصتين المسحوبتين.
   أ) عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X .
   ب) اوجد قانون احتمال المتغير العشوائي X .
   ج) احسب الامل الرياضياتي $E(X)$ و الانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغيرالعشوائي X .

التمرين الثالث:(05نقاط)

المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1. نعتبر النقط A ، B ، C حيث : $z_A = 2e^{i2\pi}$ ، $z_B = 1-i$ ، $z_C = \overline{z_B}$
   أ) اوجد طويلة العدد المركب $\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ وعمدة له
   ب) استنتج بدقة طبيعة المثلث ABC .
2. ليكن r الدوران الذي مركزه A ويحول النقطة B الى النقطة C .

أ) عين زاوية الدوران r ، ثم اكتب العبارة المركبة للدوران r .

ب) اوجد z_D لاحقة النقطة D صورة النقطة C بالدوران r

3. (C) الدائرة التي قطرها $[BC]$.

أ) اوجد (C') صورة (C) بالدوران r.

ب) لتكن M نقطة من (C) لاحقتها z ، بحيث النقطة M تختلف عن النقطة C ، صورتها M' ذات اللاحقة z' بالدوران r.

• بين وجود عدد حقيقي θ يحقق : $z=1+e^{i\theta}$

• عبر عن z' بدلالة θ.

• بين أن $\dfrac{z'-z_C}{z-z_C}$ حقيقي، ثم استنتج أن النقط : C و M و M' على استقامية

التمرين الرابع:(07نقاط)

f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=-x+1+\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المستوي مزود بالمعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، $\|\vec{i}\|=1cm$ ، $\|\vec{j}\|=2cm$

.I

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to0\\>}} f(x)$

2. بين ان (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تحديد معادلة لكل واحد منهما.

3. أ) بين انه من اجل كل $0<x\leq1$ فان $2-2x\sqrt{x}-\ln x\geq0$

و من اجل كل $x\geq1$ فان $2-2x\sqrt{x}-\ln x\leq0$

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4. انشئ (C_f) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$

.II

1. باستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة $x\mapsto\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

2. λ عدد حقيقي، حيث $0<\lambda<1$ ، $A(\lambda)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التالية: $y=-x+1$ ، $x=1$ ، $x=\lambda$

3. احسب نهاية $A(\lambda)$ لما يؤول λ إلى الصفر، أعط تفسيرا هندسيا لهذه النهاية.

.III

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول u_0 حيث : $u_0\in[1;2]$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا :

$$u_{n+1}=1+\frac{\ln u_n}{\sqrt{u_n}}$$

1. برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1; 2]$ لدينا : $0 \leq \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \leq 1$
2. برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا $u_n \in [1; 2]$
3. بملاحظة أن من أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} = f(u_n) + u_n$ ، عين اتجاه تغير المتتالية (u_n)
4. برهن أن المتتالية (u_n) متتالية متقاربة ، نسمي العدد l نهايتها
5. احسب بدقة قيمة l