# امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات

**المستوى : 3 ع ت** | **المدة: 03 سا و 30 د**

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين**

**الموضوع الأول**

## التمرين الأول ( 04 نقاط) :

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية ، مع التبرير :

1) $(U_n)$ متتالية معرفة بحدها الاول $U_0$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $U_{n+1}=4+\sqrt{U_n+2}$ و $4\le U_n\le 7$

قيمة $U_0$ حتى تكون المتتالية ثابتة هي :

أ ) 7 ب ) 2 ج ) 4

2) المتتالية $(V_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=\int_n^{n+1} e^{1-x}dx$ هي متتالية هندسية أساسها q يساوي :

أ ) $q=\frac{e-1}{e}$ ب ) $q=\frac{1}{e}$ ج ) $q=e-1$

3) كيس به 7 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس ، منها 4 كريات بيضاء و 3 كريات سوداء

نسحب من الكيس ثلاث كريات على التوالي دون إرجاع

احتمال سحب الكرية الثانية بيضاء و لأول مرة هو :

أ ) $\frac{2}{7}$ ب ) $\frac{6}{7}$ ج ) $\frac{9}{35}$

4) حلول المعادلة $3^{2x}-3^{x+1}+2=0$ في $\mathbb{R}$ هي :

أ ) $S=\{1;2\}$ ب ) $S=\left\{\frac{1}{\ln 3};\frac{\ln 2}{\ln 3}\right\}$ ج ) $S=\left\{0;\frac{\ln 2}{\ln 3}\right\}$

## التمرين الثاني: (05 نقاط)

المتتالية العددية $(U_n)$ معرفة بـ : $U_0=4$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+1}=\sqrt{5+\frac{1}{2}U_n^2}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_n>\sqrt{10}$

2) بين أن المتتالية $(U_n)$ متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

3) المتتالية العددية $(V_n)$ معرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n=\alpha-U_n^2$ حيث $\alpha$ عدد حقيقي

- عين قيمة $\alpha$ التي من أجلها تكون المتتالية $(V_n)$ هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

4) نضع فيما يلي : $\alpha=10$

أ ) أكتب $V_n$ بدلالة $n$ ، ثم استنتج عبارة $U_n$ بدلالة $n$ ، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty}U_n$

ب ) احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث : $S_n=U_0^2+U_1^2+U_2^2+\dots\dots\dots\dots+U_n^2$

## التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على 10 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس ، منها كريتان تحملان الرقم 1 و ثلاث كريات تحمل الرقم 0 و خمس كريات تحمل الرقم 2

1) نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من الصندوق و نعتبر الحدثين $A$ و $B$ حيث :

$A$ " الكريات المسحوبة تحمل أرقاما مختلفة " $B$ " الكريات المسحوبة تحمل أرقاما جداؤها معدوما "

أ ) احسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمال الحدثين $A$ و $B$ على الترتيب

ب ) بين أن $P(A \cap B) = \dfrac{7}{10}$ ، هل الحدثان $A$ و $B$ مستقلان ؟ علل

ج ) علما أن جداء أرقام الكريات معدوما ، ما احتمال أن تكون مختلفة

2) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الارقام المتساوية المحصل عليها

أ ) برر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي $X$ هي : $\{0;2;3\}$

ب ) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ ثم احسب أمله الرياضياتي $E(X)$

## التمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن $f$ الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = \dfrac{1+\ln x}{x^2}$

$(C_f)$ التمثيل البياني للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أ ) احسب $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

ب ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

2) أ ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من المجال $]0;+\infty[$ : $f'(x) = \dfrac{-1-2\ln x}{x^3}$

ب ) استنتج إتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) أ ) بين أن المنحنى $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة يطلب تعيين احداثياها

ب ) استنتج اشارة $f(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

4) أنشىء $(C_f)$

5) من أجل كل عدد طبيعي $n$ غير معدوم نرمز بالعدد $I_n$ لمساحة الحيز المحصور بين $(C_f)$ و حامل محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتهما : $x = \dfrac{1}{\mathrm{e}}$ و $x = n$

أ ) بين أن $F : x \longmapsto \dfrac{-2-\ln x}{x}$ دالة أصلية للدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$

ب ) أحسب $I_n$ بدلالة $n$

ج ) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$

**إنتهى الموضوع الاول**

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

يراد تشكيل لجنة تضم رئيسا و نائبه الأول و نائبه الثاني من بين 6 ذكور و 4 إناث

1) بين أن عدد اللجان التي يمكن تشكيلها هو : 720

2) أحسب احتمال الأحداث الآتية

$A$ " اللجنة من جنسين مختلفين " $B$ " الرئيس ذكر و النائب الأول أنثى "

$C$ " باللجنة أنثى على الأقل " $D$ " اللجنة مشكلة من الذكور فقط "

3) ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل لجنة $X=-\alpha y+2z$ حيث ( $y$ عدد الاناث المتواجدات باللجنة و $z$ عدد الذكور المتواجدون باللجنة ) $\alpha$ عدد حقيقي

أ ) عين القيم الممكنة التي ياخذها المتغير العشوائي $X$ و عرف قانون احتماله

ب ) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغير العشوائي $X$ بدلالة $\alpha$

ج ) عين قيمة العدد الحقيقي $\alpha$ حتى يكون: $E(X)=-\frac{6}{5}$

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

$(U_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_0=\frac{3}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+1}=\frac{6U_n-2}{U_n+3}$

1) عين العددين الحقيقين $a$ و $b$ حيث : $U_{n+1}=a+\frac{b}{U_n+3}$

2) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $\frac{3}{2}\le U_n\le 2$

3) ادرس اتجاه تغير المتتالية $(U_n)$ ، ثم استنتج أنها متقاربة

4) أ ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $0\le 2-U_{n+1}\le \frac{8}{9}(2-U_n)$

ب ) استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $0\le 2-U_n\le \frac{1}{2}\left(\frac{8}{9}\right)^n$

ج ) احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب $z$ حيث : $P(z)=z^3-12z^2+48z-72$

أ ) تحقق أن 6 هو جذر لكثير الحدود $P(z)$ .

ب ) جد العددين الحقيقيين $\alpha$ و $\beta$ بحيث من أجل كل عدد مركب $z$ : $P(z)=(z-6)(z^2+\alpha z+\beta)$

ج ) حل في مجموعة الأعدد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z)=0$

2) المستوي المركب مزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط $A$ ، $B$ ، $C$ ذات اللواحق : $z_A=6$ ، $z_B=3+i\sqrt{3}$ ، $z_C=3-i\sqrt{3}$ على الترتيب

أ ) أكتب كلا من $z_A$ ، $z_B$ و $z_C$ على الشكل الأسي .

ب ) أكتب العدد المركب $\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}$ على الشكل الجبري ، ثم على الشكل الأسي .

ج ) استنتج طبيعة المثلث $ABC$

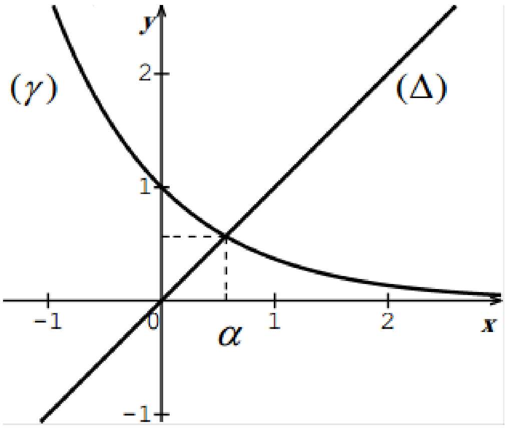
3) ليكن $S$ التشابه المباشر الذي مركزه $C$ نسبته $\sqrt{3}$ و زاويته $\frac{\pi}{2}$ .

أ ) جد الكتابة المركبة للتشابه $S$ .

ب ) عين $z_{A'}$ لاحقة النقطة $A'$ صورة النقطة $A$ بالتشابه $S$ .

ج ) بين أن النقط $A$ ، $B$ و $A'$ في استقامية .

## التمرين الرابع: (07 نقاط)




المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

$I$) ليكن $(\gamma)$ التمثيل البياني للدالة $x \longmapsto e^{-x}$ و $(\Delta)$ المستقيم ذو المعادلة $y = x$ ، $\alpha$ هي فاصلة نقطة تقاطع $(\gamma)$ و $(\Delta)$

1) بقراءة بيانية حدد وضعية $(\gamma)$ بالنسبة لـ $(\Delta)$ على $\mathbb{R}$

2) $g$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^{-x} - x$

• استنتج حسب قيم العدد الحقيقي $x$ إشارة $g(x)$

3) تحقق أن : $0,56 < \alpha < 0,57$

$II$) لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = x^3 + (3x+3)e^{-x}$

و $(C_f)$ هو تمثيلها البياني

1) أ ) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ب ) ادرس الوضعية النسبية بين المنحنى $(C_f)$ و المنحنى $(P)$ الممثل للدالة مكعب

ج ) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} [f(x) - x^3]$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

2) أ ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x) = -3x\, g(x)$

ب ) استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

3) أنشىء المنحنى البياني للدالة مكعب و المنحنى $(C_f)$ ، تعطى $f(\alpha) \simeq 2,8$

4) من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما $\beta$ ، نرمز بـ $S(\beta)$ لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين $(C_f)$ و $(P)$ و المستقيمين ذا المعادلتين $x = 0$ و $x = \beta$

أ ) باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب $S(\beta)$ ، ثم $\lim\limits_{\beta\to+\infty} S(\beta)$

**إنتهى الموضوع الثاني**