الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية البليدة

إمتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي — ثانوية المصالحة الوطنية- بني تامو-

الشعبة: علوم تجريبية — دورة : ماي 2018

إختبار في مادة: الرياضيات — المدة:03 ساعات و نصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول:(04 نقاط)

1) عيّن العددين المركبين a و b علما أنّ : $\begin{cases} \bar{a}-\bar{b}=1+3i \\ a+ib=-1+3i \end{cases}$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. نعتبر النقطتين A و B لاحقتاهما على الترتيب : $a=3+i$ و $b=2+4i$ ، و نفرض الإنسحاب T الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

أ) عيّن لاحقة النقطة C صورة O بالإنسحاب T .

ب) أحسب العدد $\dfrac{z_c-z_A}{z_B}$ ، ثمّ أكتبه على الشكل الأسي .

- ماذا تستنتج بالنسبة للقطعتين $[AC]$ و $[OB]$ ؟ .

ج) إستنتج ممّا سبق طبيعة الرباعي $OABC$ ، ثمّ عيّن لاحقة E مركز تناظر الرباعي $OABC$.

3) نعتبر التشابه المباشر S الذي مركزه O و يحوّل B إلى C :

أ) أعط الكتابة المركّبة للتشابه المباشر S .

ب) ماهي صورة النقطة A بالتشابه S ؟ .

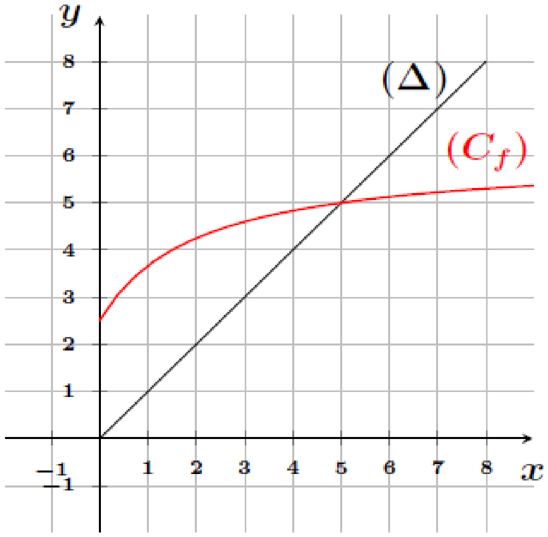
ج) نضع : $S^4=S\circ S\circ S\circ S$

- أعط الكتابة المركّبة للتحويل S^4 ، و ماطبيعة هذا التحويل ؟ .

التمرين الثاني:(04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

f الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـــ : $f(x)=\dfrac{6x+5}{x+2}$ ، و ليكن (C_f) المنحني الممثل لها، (Δ) هوالمستقيم ذو المعادلة $y=x$ (أنظر الشكل المقابل)



I) تحقّق أنّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

II) (u_n) متتالية معرفة بحدها الأول $u_0=1$

و من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=f(u_n)$.

1) أ) أنقل الشكل المقابل ثمّ مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 ، u_3

ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها .

2) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le 5$.

3) أدرس إتجاه تغيّر المتتالية (u_n) ، هل هي متقاربة ؟ .

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \dfrac{u_n - 5}{u_n + 1}$.

أ) بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) عبّر عن v_n ثمّ عن u_n بدلالة n .

ج) ما هي نهاية المتتالية (u_n) ؟ .

5) أحسب المجموع S_n حيث : $S_n = \dfrac{1}{u_0 + 1} + \dfrac{1}{u_1 + 1} + ... + \dfrac{1}{u_n + 1}$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I) يحتوي و عاء على n كرة بيضاء ، حيث : $(n \ge 2)$ وَ 5 كرات حمراء وَ 3 كرات خضراء ، نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الوعاء :

1) ما إحتمال سحب كرتين بيضاوين ؟ .

2) نسمي $p(n)$ إحتمال سحب كرتين من نفس اللّون .

أ) بيّن أنّ : $p(n) = \dfrac{n^2 - n + 26}{(n+8)(n+7)}$.

ب) أحسب : $\lim\limits_{n \to +\infty} p(n)$ ، ثمّ فسّر النتيجة المحصّل عليها .

II) فيما يلي نعتبر $n = 4$ ، يأتي لاعب و يقوم بنفس التجربة الأولى : في البداية يدفع $30DA$ إذا وجد في السحب الكرتين من نفس اللون يكسب $40DA$ ، و إذا وجدهما من لونين مختلفين يكسب $5DA$.

نسمي الربح الجبري للاعب الفرق بين المبلغ المدفوع أوّلا و المبلغ الذي يكسبه ، و ليكن المتغيّر العشوائي X هو الربح الجبري للاعب :

1) ما هي القيم الممكنة للمتغيّر العشوائي X ؟ .

2) أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .

III) فيما يلي نعتبر $n = 2$ ، نسحب من الوعاء عشوائيا كرتين على التوالي و بدون إرجاع :

1) شكل شجرة الإحتمالات التي تنمذج التجربة .

2) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

A : " سحب كرتين من نفس اللون " ، B : " سحب كرة خضراء واحدة على الأقل " .

3) نفرض أنّ الكرية في السحبة الأولى كانت خضراء ، ما إحتمال أن تكون حمراء في السحبة الثانية ؟ .

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\left[0;+\infty\right[$ بـــــ : $g(x) = x + 2 - e^x$.

1) أدرس تغيّرات الدالة g على $\left[0;+\infty\right[$ ، وَ عيّن نهاية g عند $+\infty$.

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا α على $\left]0;+\infty\right[$.

ب) تحقّق أنّ : $1{,}14 < \alpha < 1{,}15$.

ج) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال $\left[0;+\infty\right[$.

II) نعرّف على المجال $\left[0;+\infty\right[$ الدالة f كما يلي : $f(x)=\dfrac{e^x-1}{xe^x+1}$ ، و ليكن (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) بيّن أنّه من أجل كل x من $\left[0;+\infty\right[$: $f(x)=\dfrac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}}$.

ب) إستنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل ، x من $\left[0;+\infty\right[$: $f'(x)=\dfrac{e^x\times g(x)}{(xe^x+1)^2}$.

ب) إستنتج إتجاه تغيّر الدالة f على $\left[0;+\infty\right[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

ج) بيّن أنّ : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha+1}$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) أ) تحقّق أنّه من أجل كل x من $\left[0;+\infty\right[$: $f(x)-x=\dfrac{(x+1)\times u(x)}{xe^x+1}$ ، حيث : $u(x)=e^x-xe^x-1$.

ب) أدرس إتجاه تغيّر الدالة u على $\left[0;+\infty\right[$ ، ثمّ إستنتج إشارة $u(x)$.

ج) إستنتج من الأسئلة السابقة وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى (T) .

د) أرسم كلا من (T) و المنحني (C_f) ، الوحدة : $4cm$.

III) 1) عيّن دالة أصلية F للدالة f على المجال $\left[0;+\infty\right[$.

2) أحسب بــ cm^2 مساحة الحيّز المحدّد بالمنحني (C_f) وَ المماس (T) وَ محور التراتيب وَ المستقيم ذو المعادلة $x=1$.

إنتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04 نقاط)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z : $(z-i)(z^2+2z+2)=0$

2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$. النقط A ، B ، C و D لواحقها :

$z_A=i$ ، $z_B=2$ ، $z_C=-1-i$ ، $z_D=1-2i$ على الترتيب .

أ) تحقق أن النقطة D مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-1);(C;-1)\}$.

ب) أكتب العدد $\dfrac{z_D-z_A}{z_B-z_C}$ على الشكل الأسي، ثم فسر النتيجة هندسيا .

ج) أكتب العدد المركب $-4+4i$ على الشكل الأسي ، ثم أحسب $(-4+4i)^{2018}$.

3) من أجل كل نقطة $M(z)$ من المستوي تختلف عن B ، نرفق النقطة $M'(z')$ حيث : $z'=\dfrac{iz-4+2i}{z-2}$.

أ) تحقق أن : $z'-i=\dfrac{-4+4i}{z-2}$.

ب) بين أن : $AM'\times BM=4\sqrt{2}$ و $(\vec{u};\overrightarrow{AM'})+(\vec{u};\overrightarrow{BM})=\dfrac{3\pi}{4}+2k\pi$ مع $k\in\mathbb{Z}$.

4) (Γ) هي مجموعة النقط M من المستوي بحيث: $\arg(z'-i)=\dfrac{\pi}{4}$.

– تحقق أن النقطة E ذات اللاحقة $z_E=2+i$ تنتمي إلى (Γ) ، ثم عين طبيعة المجموعة (Γ) .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرّفة بـــ : $u_0=1$ وَ من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\dfrac{u_n^3+2}{u_n^2+1}$.

1) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<u_n<2$.

2) أدرس رتابة المتتالية (u_n) .

3) إستنتج أنّ المتتالية (u_n) متقاربة . ما هي نهايتها ؟ .

4) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $2-u_{n+1}\leq\dfrac{4}{5}(2-u_n)$.

ب) إستنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\leq 2-u_n\leq(\dfrac{4}{5})^n$ ، ثمّ عيّن نهاية المتتالية (u_n) من جديد

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر المستوي (P) معادلته : $2x+y-2z+4=0$ وَ النقط $A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ ، $C(4;-2;5)$.

1) أ) بيّن أنّ النقط A ، B وَ C تعيّن مستويا .

ب) تحقّق أنّ (P) هو المستوي (ABC) .

2) أ) بيّن أنّ المثلث ABC قائم .

ب) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) المار بالنقطة O وَ العمودي على (P) .

ج) النقطة K هي المسقط العمودي للنقطة O على (P) ، أحسب الطول OK .

3) النقطة G هي مرجح الجملة $\{(O;3);(A;1);(B;1);(C;1)\}$

أ) أحسب إحداثيات النقطة G .

ب) أحسب المسافة بين النقطة G وَ المستوي (P) .

4) (Γ) هي مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=5$

أ) عيّن طبيعة المجموعة (Γ) وَ عناصرها المميزة .

ب) ما طبيعة $(\Gamma)\cap(P)$ ؟ .

ج) أحسب حجم رباعي الوجوه $GABC$.

<u>التمرين الرابع:</u> (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ : $g(x)=x^3-x-2\ln x+3$.

1) أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $3x^3-x-2=(x-1)(3x^2+3x+2)$.

ب) عيّن نهايات الدالة g عند 0 وَ عند $+\infty$.

2) أ) أدرس إتجاه تغيّر الدالة g وَ شكل جدول تغيّراتها .

ب) إستنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل $x\in]0;+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1+\dfrac{x-1+\ln x}{x^2}$.

(C) هو المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .

2) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

3) بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x-1$ مقارب مائل لــ(C) بجوار $+\infty$ ، ثمّ حدد وضعية المنحني (C) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

4) أدرس إتجاه تغيّر الدالة f ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحني (C) عند النقطة $A(1;0)$.

6) أرسم كلا من (Δ) ، (T) وَ المنحني (C) .

7) لتكن (d_m)عائلات المستقيمات المعرفة بـــ : $y=mx-m$ ، حيث m وسيط حقيقي

أ) تحقّق أنّ جميع المستقيمات (d_m) تمر بالنقطة A .

ب) عيّن قيم الوسيط الحقيقي m حتى يكون للمعادلة $f(x)=mx-m$ حلان متمايزان .

III) 1) باستعمال التكامل بالتجزئة ، بيّن أنّ : $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}\,dx=1-\frac{2}{e}$.

2) أحسب بـــ$u.a$ مساحة الحيّز للمستوي المحدد بالمنحني (C) وَ (Δ) وَ المستقيمين اللذين معادلتهما :

$x=1$ وَ $x=e$ (يجب تقديم القيمة المضبوطة لمساحة الحيز) .

إنتهى الموضوع الثاني