الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية ميلة — ثانوية :

امتحان بكالوريا تجريبي — دورة : **مـاي 2018**

الشعبة : **علوم تجريبية**

اختبار في مادة: **الرياضيات** — المدة: **03 ساعات و30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (4.50 نقاط)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2+4z+16=0$

2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ لتكن النقط D,C,B,A حيث :

$$z_D=3\sqrt{3}+3i\ ,\ z_C=4e^{i\frac{\pi}{6}},z_B=-2-2i\sqrt{3}\ ,\ z_A=-2+2i\sqrt{3}$$

أ) أكتب z_c على الشكل الجبري

ب) أكتب z_A , z_B , z_D علي الشكل المثلثي

جـ) استنتج أن النقط A,B,C تنتمي إلى نفس الدائرة . حدد مركزها ونصف قطرها .

د) عين زاوية الدوران r الذي مركزه O ويحول A إلى B

هـ) أكتب $\frac{z_D}{z_A}$ على الشكل الآسي واستنتج نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه o ويحول A إلى D

3) α عدد حقيقي و G_α مرجح الجملة $\{(A,1),(B,1),(C,e^\alpha)\}$

أ) بين أن $\overrightarrow{IG}_\alpha=\frac{e^\alpha}{e^\alpha+2}\overrightarrow{IC}$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$

ب) بين أن $0<\frac{e^\alpha}{e^\alpha+2}<1$ ثم استنتج مجموعة النقط G_α عندما يتغير α في $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني:(04 نقط)

يحتوي كيس على 6 كرات حمراء منها 4 كرات تحمل الرقم 1 وإثنتان تحملان الرقم 2 و ثمان كرات خضراء ,

منها 5 كرات تحمل الرقم 1 و ثلاثة تحمل الرقم 2 ,لا نميز بينهاعنداللمس ,

نسحب كرتين من الكيس في أن واحد.

لتكن الحادثتان : A" سحب كرتين من نفس اللون" و B"سحب كرتين تحملان نفس الرقم" ،

1) بين أن : $P(A)=\frac{43}{91}$.

2) احسب : $P(B)$.

3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون . ما هو احتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) حدد قيم X .

ب) حدد قانون الإحتمال X.

جـ) احسب الأمل الرياضي والتباين والانحراف المعياري .

التمرين الثالث:(04 نقط)

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على ℕ بـ : $U_0=\frac{1}{5}$ و $U_{n+1}=1-\frac{1}{2U_n+1}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0<U_n<\frac{1}{2}$.

2) أ/ تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $U_{n+1}-U_n=\frac{U_n(1-2U_n)}{2U_n+1}$ ، ثم استنتج اتجاه تغير (U_n) .

ب/ بين أن المتتالية (U_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n=\frac{5^nU_n}{2U_n-1}$.

أ/ اثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب/ أكتب عبارة V_n بدلالة n ، ثم بين أن : $U_n=\frac{2^n}{2^{n+1}+3}$ واحسب $\lim_{n\to+\infty}U_n$.

4) احسب بدلالة n المجموع : $S_n=\frac{1}{U_0}+\frac{1}{U_1}+\frac{1}{U_2}+........+\frac{1}{U_n}$

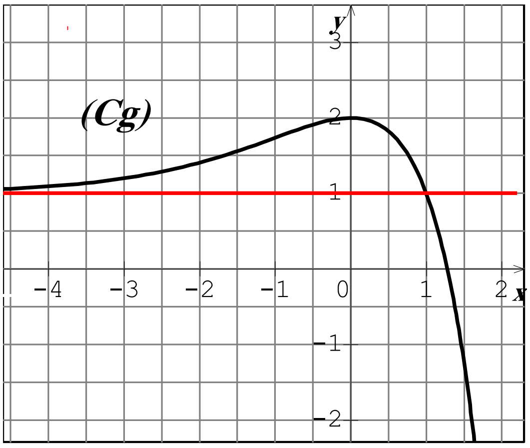
التمرين الرابع:(7.50 نقاط)

I / لتكن g الدالة المعرفة على ℝ بـ: $g(x)=(1-x)e^x+1$ ، (C_g) تمثيلها البياني كما في الشكل الموالي

1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g

2) أ) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0\,;+\infty[$ حلا وحيدا α ، ثم تحقق أن . $1{,}2<\alpha<1{,}3$

ب) عيّن اشارة $g(x)$ حسب قيم x .



3) أثبت أن : $e^{\alpha}=\frac{1}{\alpha-1}$.

4) أ) بإستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة:

$x\mapsto(1-x)e^x$

ب) أحسب $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) والمستقيمات $x=0\,,\,x=\alpha\,,\,y=0$.

جـ) بين أن : $A(\alpha)=\frac{-3\alpha+4}{\alpha-1}+\alpha$ ثم أحصر $A(\alpha)$.

د) حل بيانيا: $E[g(x)]=1$ حيث E يرمز إلى دالة الجزء الصحيح

II / لتكن f الدالة المعرفة على ℝ بـ : $f(x)=\frac{x}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(o\,;\vec{i},\vec{j})$. وحدة الطول $2\,cm$

1) احسب كل من : $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-x]$ فسر النتيجة بيانيا .

2) أ) اثبت أنه من اجل كل عدد حقيقي x إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $g(x)$.

ب) استنتج اتجاه التغير للدالة f وشكل جدول تغيراتها .

جـ) بين أن : $0{,}2<f(\alpha)<0{,}3$

3) اكتب معادلة لمماس المنحني في النقطة ذات الفاصلة صفر .

4) أ) بين أن $f(-\alpha)=-1$ و أنشئ (C_f) .

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $x-e^{x+m}-e^m=0$.

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة ℂ المعادلة : $z^2-6z+13=0$,

2) أ) علم النقط D,C,B,A التي لواحقها : $z_A=i$, $z_B=2$, $z_C=3+2i$, $z_D=3-2i$.

ب) عين نسبة وزاوية التشابه الذي مركزه A ويحول B إلى C .

جـ) اكتب العدد المركب : $\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ على الشكل الأسي واستنتج طبيعة المثلث ABC ,

د) برهن أن B هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ADC

3) S تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث : $z'=(1+i)z+1$

أ) عين طبيعة S و عناصره المميزة .

ب) جد صورة B بواسطة S .

جـ) بين أنه من أجل كل عدد مركب Z حيث $Z\neq i$ فإن : $\dfrac{Z'-Z}{i-Z}=-i$

فسر هذه النتيجة بالنسبة إلى المسافات وبالنسبة إلى الزوايا واستنتج طريقة لرسم M' انطلاقا من M و A.

4) أ) عين المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة Z حيث : $|Z-2|=\sqrt{5}$

ب) برهن أن : $Z'-Z_C=(1+i)(Z-Z_B)$.

جـ) استنتج أنه لما M تنتمي إلى (E) فإن M' تنتمي إلى دائرة (F) يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

5) ارسم (E) و (F) في نفس المعلم .

التمرين الثاني:(04 نقاط)

لمكافحة مرض الحصبة الألمانية لقح 30% من تلاميذ ثانوية ما ، وكانت نتائج دراسة إحصائية على هذه الثانوية كما يلي :

- احتمال أن يكون التلميذ مصابا علما أنه ملقحا هو $\dfrac{1}{16}$.
- احتمال أن يكون التلميذ ملقحا علما أنه مصابا هو $\dfrac{3}{14}$.

يتم اختيار تلميذ واحد من هذه الثانوية بطريقة عشوائية .

نرمز بـ V إلى الحادثة " التلميذ ملقح "

و نرمز بـ M إلى الحادثة " التلميذ مصاب بالمرض "

1) شكل شجرة الاحتمالات .

2) احسب $P(V\cap M)$ احتمال أن يكون التلميذ ملقحا ومصاب بالمرض .

3) أثبت أن : $P(M)=\dfrac{7}{80}$ احتمال التلميذ مصاب بالمرض .

4) احسب $P(\overline{V}\cap M)$ احتمال أن يكون غير ملقح ومصاب بالمرض ، ثم استنتج : $P_{\overline{V}}(M)$.

5) احسب : $P(\overline{V}\cap\overline{M})$.

<u>التمرين الثالث:</u> (4 نقاط)

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط

$C(1,5,-2)\ ,B(7,-1,-2)\ ,A(1,-1,4)$

1) أ) بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع

ب) بين أن الشعاع $\overline{n}(1,1,1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) , استنتج معادلة ديكارتية له

2) (Δ) مستقيم تمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=-2t \\ y=-2-2t \quad t\in\mathbb{R} \\ z=-3-2t \end{cases}$

أ) بين أن (Δ) عمودي على (ABC) ثم عين إحداثيتي النقطة G نقطة تقاطعهما

ب) بين أن G مركز ثقل المثلث ABC

3) (S) سطح الكرة التي مركزها G وتشمل النقطة A .

أ) أكتب معادلة (S)

ب) أدرس الوضع النسبي لـ (S) و (Δ) مع تحديد المجموعة $(S)\cap(\Delta)$.

<u>التمرين الرابع:</u>(07 نقط)

I) لتكن g الدالة المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x^2+3-2\ln x$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g

2) بين انه من لكل x من $]0,+\infty[$: $g(x)\geq 4$

II) لتكن f الدالة المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2x}+\frac{\ln x}{x}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

1) أ) بين أن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة f

2) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) أوجده ثم أدرس الوضع النسبي لـ (Δ) و (C_f)

3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبلا مماسا وحيدا (T) يشمل المبدأ O ، جد معادلة له

ب) أحسب $f(1)$ ثم أنشئ (T) و (C_f) .

جـ) ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $f(x)=mx$

4) أ) بين أن $\int_{\sqrt{e}}^{e}(\frac{-1}{2x}+\frac{\ln x}{x})dx=\frac{1}{8}$.

ب) استنتج بالسنتمتر المربع المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات :

$x=e\ ,\ x=\sqrt{e}\ ,\ y=\frac{1}{2}x$.