وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي
الشعبة : علوم تجريبية

مديرية التربية لولاية الجلفة
ثانوية : الشهيد ماضي محمد -المليليحة-
دورة : ماي 2024

اختبار في مادة : الرياضيات

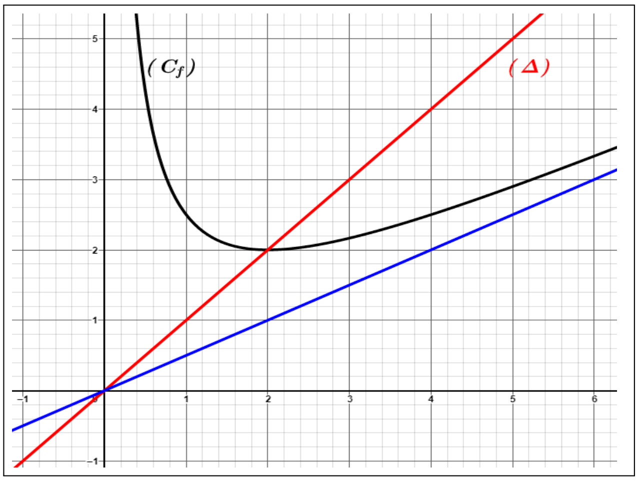
المدة : 03 سا و30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين الاول : (04 نقاط)

في الشكل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $f(x=\dfrac{x^2+4}{2x}$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=x$



❶ (u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0=4$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

أ ـ أعد رسم الشكل المقابل على ورقة الاجابة ثم مثّل دون حساب على محور الفواصل الحدود الثلاثة الأولى للمتتالية (u_n)

ب ـ ضع تخمينا حول اتجاه تغير (u_n) وتقاربها

ج ـ برهن بالتراجع أنّه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>2$

د ـ أثبت أنّ (u_n) متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

❷ (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n=\ln\left(\dfrac{u_n-2}{u_n+2}\right)$

أ ـ بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها 2 يطلب تعيين حدها الأول v_0

ب ـ اكتب v_n ثم u_n بدلالة n ، واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ج ـ احسب بدلالة n الجداء P_n حيث : $P_n=\left(1-\dfrac{4}{u_0+2}\right)\times\left(1-\dfrac{4}{u_1+2}\right)\times\cdots\times\left(1-\dfrac{4}{u_n+2}\right)$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر الاعداد المركبة a ، b و c حيث : $a=\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)+i\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$ ، $b=1+i\sqrt{3}$ و $c=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

❶ تحقق أنّ $b\overline{c}=a$ و $ac=4b$ ($\overline{c}$ مرافق c)

❷ أ ـ اكتب العددين المركبين b و c على الشكل المثلثي ثم استنتج أنّ $a=4\left(\cos\dfrac{\pi}{12}+i\sin\dfrac{\pi}{12}\right)$

ب ـ عيّن القيمة المظبوطة لكل من $\cos\dfrac{\pi}{12}$ و $\sin\dfrac{\pi}{12}$

❸ المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

لتكن النقط B ، C و D التي لواحقها على الترتيب: b ، c و a^4 ، وليكن R الدوران الذي مركزهُ مبدأ المعلم O وزاويتهُ $\dfrac{\pi}{12}$ والذي يرفق بكل نقطة M من المستوي لاحقتها Z النقطة M' ذات اللاحقة Z'

أ ـ تحقق أنّ $Z'=\dfrac{1}{4}aZ$ ثم جد صورة النقطة C بالدوران R

ب ـ استنتج طبيعة المثلث OBC

ج ـ بيّن أنّ $a^4=128b$ ثم استنتج أنّ النقط O ، B و D في استقامية

د ـ عيّن (Δ) مجموعة النقط M من المستوي التي يكون من أجلها العدد $\dfrac{Z-Z_B}{Z-Z_D}$ عددًا حقيقيا سالبا تمامًا

اختبار في مادة : الرياضيات / الشعبة : علوم تجريبية / بكالوريا تجريبي 2024

التمرين الثالث : (05 نقاط)

✍ يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة لانفرق بينها باللمس منها أربع كريات سوداء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 0 و 2 وأربع كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 و 2

⋆ نسحب عشوائيا و في آن واحد 3 كريات من الكيس

نعتبر الاحداث التالية :

A : " الكريات المسحوبة تحمل نفس الرقم "

B : " الكريات المسحوبة تحمل نفس اللون "

C : " الكريات المسحوبة أرقامها مختلفة مثنى مثنى "

❶ أ _ احسب $P(A)$ ، $P(B)$ و $P(C)$ احتمال الاحداث A ، B و C على الترتيب

ب _ بيّن أنّ $P(B\cap C)=\dfrac{1}{28}$ ثم استنتج $P_B(C)$ و $P(B\cup C)$

ج _ هل الحدثين B و C مستقلين ؟ برر إجابتك

❷ ليكن X المتغير العشوائي الذي يُرفق بكل عملية سحب عدد الكريات التي تحمل الرقم 1

أ _ عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب أملهُ الرياضياتي $E(X)$

ب _ استنتج $E(2024X+1445)$

ج _ احسب $P\left(e^{2X}-(e+1)e^{X}+e=0\right)$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I _ g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=1-(2x+1)e^{2x}$

❶ ادرس تغيرات الدالة g

❷ احسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II _ f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=x+3-xe^{2x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

❶ احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

❷ أ _ بيّن أنّه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$

ب _ استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

❸ أ _ أثبت أنّ (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة ديكارتية لهُ

ب _ ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

❹ أثبت أنّ (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثيها

❺ أ _ بيّن أنّ (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما α و β حيث : $-3.1<\alpha<-3$ و $0.7<\beta<0.8$

ب _ احسب $f(1)$ ثم ارسم (Δ) و (C_f)

ج _ ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x)=f(m)$

❻ أ _ بإستعمال المكاملة بالتجزئة عيّن الدالة الأصلية للدالة $x\longmapsto xe^{2x}$ التي تنعدم من أجل $x=0$

ب _ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللّذين معادلتيهما $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الأول

اختبار في مادة : الرياضيات / الشعبة : علوم تجريبية / بكالوريا تجريبي 2024

الموضوع الثاني

التمرين الاول : (05 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $u_0 = 1$ ، $u_1 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$

❶ احسب u_2 ثم تحقق أنّ المتتالية (u_n) ليست حسابية ولا هندسية

❷ نعتبر المتتاليتان (v_n) و (w_n) المعرفتان على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_{n+1} - u_n$ و $w_n = \ln(v_n)$

أ _ بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب تعيين حدها الأول ثم اكتب v_n بدلالة n

ب _ بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول ثم اكتب w_n بدلالة n

❸ عيّن اصغر عدد طبيعي n يحقق $v_n < 10^{-5}$

❹ نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_{n-1}$

أ _ عبّر عن S_n بدلالة n

ب _ استنتج أنّ $u_n = 3 - \frac{1}{2^{n-1}}$ ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

❺ نعتبر المجموع S'_n حيث : $S'_n = w_0 + w_1 + \cdots + w_n$

⋆ حدد قيمة العدد الطبيعي التي من أجلها يكون $S'_n = -55\ln 2$

التمرين الثاني : (04 نقاط)

I _ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z التالية : $(Z^2+4)(Z^2-6Z+10) = 0$

II _ المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$
لتكن النقط A ، B ، C ، D و E التي لواحقها على الترتيب :
$Z_A = 2i$ ، $Z_B = -2i$ ، $Z_C = 3-i$ ، $Z_D = 3+i$ و $Z_E = 2+3i$

❶ اكتب Z_A على الشكل المثلثي ثم بيّن أنّ $Z_A^{2024} + Z_B^{2024} = 2^{2025}$

❷ أ _ اكتب العدد المركب $\frac{Z_A - Z_E}{Z_D - Z_E}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي واستنتج طبيعة المثلث ADE

ب _ استنتج أنّ A صورة D بتحويل نقطي يطلب ذكرهُ مع تعيين عناصرهُ المميزة

ج _ اكتب معادلة ديكارتية للدائرة المحيطة بالمثلث ADE

❸ نسمي (γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z حيث : $\arg(iZ - 1 - 3i) = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi$ $\quad (k \in \mathbb{Z})$

⋆ تحقق أنّ $A \in (\gamma)$ ثم عيّن المجموعة (γ)

اختبار في مادة : الرياضيات / الشعبة : علوم تجريبية / بكالوريا تجريبي 2024

التمرين الثالث : (04 نقاط)

✍ يحتوي كيس على 8 كريات متماثلة لا نفرق بينها باللمس منها أربع كريات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 1 ، 2 وثلاث كريات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 2 وكرية واحدة خضراء تحمل الرقم 1

◄ نسحب عشوائيا من الكيس ثلاث كريات على التوالي دون ارجاع

❶ احسب احتمال كل من الاحداث A ، B و C حيث :

A " الكريات المسحوبة من نفس اللون "

B " من بين الكريات المسحوبة كرية واحدة تحمل الرقم 1 "

C " ظهور كرية بيضاء في السحبة الأولى "

❷ بيّن أنّ $P(B \cap C) = \frac{23}{168}$ ثم استنتج $P_C(B)$

❸ نعيد الكيس إلى وضعيته السابقة، ثم نسحب منه عشوائيا أربع كريات في آن واحد وليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان المتحصل عليها

⋆ عرّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم احسب الامل الرياضياتي $E(X)$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I _ نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 3 - 2\ln x$

❶ ادرس تغيرات الدالة g

❷ أ _ عيّن إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

ب _ استنتج أنّه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $g(x+1) > 0$

II _ نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{1-2\ln(x+1)}{x+1}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (وحدة الطول 2cm)

❶ احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x \to -1} f(x)$ ، ثم فسر هندسيا النتيجة الأخيرة

❷ أ _ بيّن أنّه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x+1)}{(x+1)^2}$

ب _ استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

❸ أ _ بيّن أنّ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f)

ب _ ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

❹ بيّن أنّ (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $0.3 < \alpha < 0.4$

❺ ارسم بعناية المستقيم (Δ) والمنحني (C_f)

❻ احسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بـ (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللّذين معادلتيهما $x = 1$ و $x = e - 1$

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا 2024