مـوضـوع البكالوريا التجريبـي دورة جوان 2024

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04 نقاط)

لتكن المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $U_n = 3^n + n - 1$. نضع من أجل كل عدد طبيعي n :

$$V_n = U_{n+1} - U_n \quad ، \quad W_n = \ln\left(\frac{-1+V_n}{2}\right)$$

لكل سؤال ثلاث إجابات، إجابة واحدة منها صحيحة، المطلوب: تحديد الإجابة الصحيحة مع التبرير

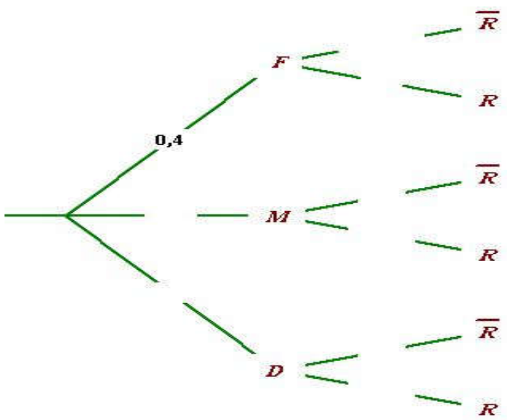
الرقم	السؤال	الإجابة أ	الإجابة ب	الإجابة ج
01	المتتالية (U_n) هي متتالية :	حسابية	هندسية	لا حسابية ولا هندسية
02	إذا كان : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$ إذا عبارة S_n هي :	$\frac{3^{n+1}-1}{2}+\frac{(n+1)(n-2)}{2}$	$\frac{1-3^{n+1}}{-2}+\frac{(n-1)(n+1)}{2}$	$\frac{1-3^{n+1}}{2}+\frac{(n+1)(n-2)}{2}$
03	عبارة الحد العام للمتتالية (V_n) هي :	$V_n = 2\times 3^n + 1$	$V_n = 2\times 3^n + 2n + 1$	$V_n = 3^n + 1$
04	إذا كان : $S'_n = W_0 + W_1 + \cdots + W_n$ إذا عبارة S'_n هي :	$\frac{(n+1)^2}{2}\ln(3)$	$\ln\left(\frac{3^{n+1}-1}{2}\right)$	$\frac{n^2+n}{2}\ln(3)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يشارك اللاعب في لعبة تتكون من ثلاث أسئلة ، سؤال سهل ، سؤال متوسط و سؤال صعب .حيث احتمال أن يكون السؤال سهلا 40%،واحتمال أن يكون السؤال متوسطا 30% . يختار اللاعب عشوائيا سؤالا واحدا ، احتمال أن يوفق اللاعب في الإجابة عن السؤال السهل 95% و احتمال أن يوفق اللاعب في الاجابة عن السؤال المتوسط 60% و احتمال أن يوفق في الإجابة عن السؤال الصعب هو 40% .نعتبر الحوادث :

F : السؤال المختار سهل ، M : السؤال المختار متوسط ، D : السؤال المختار صعب

R : اللاعب يوفق في الإجابة عن السؤال المختار



1) أنقل ثم أكمل شجرة الاحتمالات الآتية :

2)أ) أحسب $P(D\cap R)$.

ب)أحسب احتمال أن يوفق اللاعب في الاجابة عن السؤال المختار .

3) علماً أن اللاعب وفق في الاجابة ، أحسب احتمال أن يكون السؤال سهلا .

4) نقترح اللعبة الآتية : يدفع اللاعب 25 دج للمشاركة في اللعبة ويربح اللاعب 35 دج اذا وفق في الاجابة .
هل اللعبة في صالح اللاعب ؟ علل .

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z الآتية : $(z-2i)(z^2-6z+10)=0$.

2) نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B ، C التي لواحقها على الترتيب : $z_A = 2i \quad , z_B = 3+i \quad , z_C = -1-i$.

أ) أكتب العدد $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي .استنتج طبيعة المثلث ABC .

3) من أجل كل عدد مركب z يختلف عن 3+i نضع : $f(z) = \frac{(1-i)z+2}{z-3-i}$.

أ) بين أن من أجل كل $z \neq 3+i$ لدينا : $f(z) = (1-i)\frac{z+1+i}{z-3-i}$.

ب) 1- عين المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة z حيث : $|f(z)| = \sqrt{2}$.

2- عين المجموعة (F) للنقط M ذات اللاحقة z حيث : $\arg(f(z)) = \frac{\pi}{4} + k\pi$. $(k \in \mathbb{Z})$

4) أ) عين اللاحقة z_G للنقطة G مركز ثقل المثلث ABC .

ب) أكتب z_G على الشكل الأسي ثم عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{3}{2\sqrt{2}} Z_G\right)^n$ تخيليا صرفاً .

<u>التمرين الرابع</u>: (07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x) = x^2 - 3 + 2(1-x)e^{1+x}$

(Cf) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة البيانية 2cm .

1) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، ثم بين أن : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x) = 2x(1 - e^{1+x})$.

ب) أدرس إشارة $f'(x)$ على $\mathbb{R}$ و استنتج اتجاه تغير الدالة f .

ج)شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا a على المجال $]0.8;0.9[$.

4) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $h(x) = x^2 - 3$ (Ch) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

أ) أحسب : $\lim\limits_{x \to -\infty} (f(x) - h(x))$ و فسر النتيجة بيانيا .

ب) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين: (Ch) و (Cf) .

5) أنشئ (Ch) و (Cf) .

6) k دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $k(x) = (1-x)e^{1+x}$.

أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين الدالة الأصلية للدالة k و التي تنعدم من أجل القيمة 2 .

ب)أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد ب : المنحنيين (Ch) و (Cf) و المستقيمان اللذان معادلتهما :
$x = -2$; $x = -1$.

7) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x) = x^2 - 3 + 2(1+|x|)e^{1-|x|}$. (Cg) تمثيلها البياني في نفس المعلم)

أ) بين أن الدالة g زوجية .

ب) من أجل $x \leq 0$ أحسب $g(x) - f(x)$ ثم اشرح كيفية إنشاء (Cg) انطلاقا من (Cf) .(لا يطلب إنشاء (Cg)) .

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (04 نقاط)

(U_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}^*$ ب : $U_1=\frac{1}{2}$ و من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم لدينا : $U_{n+1}=\left(\frac{n+1}{2n}\right)\mathrm{U}_n$

1) أ) برهن بالتراجع أن المتتالية (U_n) موجبة تماما .

2) أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) و برر تقاربها .

3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ ب : $V_n=\frac{U_n}{n}$.

أ) بين أن (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول ثم بين أن : $U_n=\frac{n}{2^n}$.

ب) أحسب نهاية المتتالية (U_n).

4) نعتبر : $S_n=\frac{U_1}{1}+\frac{U_2}{2}+\cdots+\frac{U_n}{n}$ و $S'_n=\ln\mathrm{V}_1+\ln\mathrm{V}_2+\cdots+\ln\mathrm{V}_n$

- أكتب S_n و S'_n بدلالة n .

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي وعاء U_1 على خمس كرات 3 كرات تحمل الرقم 2 و كرتين تحملان الرقم 3 . و يحتوي وعاء آخر U_2 على خمس كرات 3 بيضاء و كرتين حمراوين . نسحب عشوائيا كرة واحدة من U_1 و نسجل رقمها ثم نسحب في آن واحد n كرة من الصندوق U_2 حيث n هو رقم الكرة المسحوبة من U_1 .

1) أحسب احتمال الحصول على 3 كرات بيضاء

2) أحسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين علماً أن رقم الكرة المسحوبة من U_1 هو 3 .

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X ؟

ب) بين أن : $P\left(X=0\right)=\frac{11}{50}$ ، ثم عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X .

4) أ) أحسب الأمل الرياضياتي $E\left(X\right)$.

ب) أحسب احتمال الحدث $P\left(\log(\mathrm{X}^2-X+10)\leq 1\right)$. ($\log$ دالة اللوغاريتم العشري)

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

عين الاقتراح الوحيد الصحيح من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الآتية مع التبرير .

1) حلا المعادلة $\left(\overline{z}-i\right)^2-2\left(\overline{z}-i\right)+2=0$ ذات المجهول z في $\mathbb{C}$ هما :

أ- $z_1=1\ ;\ z_2=1-2i$ ب- $z_1=1-i\ ;\ z_2=1+i$ ج- $z_1=-1\ ;\ z_2=1-2i$.

2)الشكل الأسي للعدد المركب $z=-\sqrt{3}+e^{i\frac{\pi}{6}}$ هو :

أ- $z=e^{i\frac{5\pi}{6}}$ ب- $z=e^{i\frac{7\pi}{6}}$ ج- $z=e^{-i\frac{\pi}{6}}$.

3) n عدد طبيعي ، العدد المركب $(1+i\sqrt{3})^n$ حقيقي إذا و فقط إذا كان :

أ- $n=3k+1$ ب-$n=3k+2$ ج- $n=3k$ (حيث $k\in\mathbb{N}$).

4) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $z=-1+3e^{i\theta}$ (θ تمسح $\mathbb{R}$) هي :

أ- نصف مستقيم ب- دائرة ج- مجموعة خالية .

5) A و B نقطتان لاحقتاهما : $Z_A=i$ و $Z_B=1+2i$. العبارة المركبة للتشابه المباشر الذي يحول A الى B و يحول O الى A هي :

أ- $z'=2z+i$ ب- $z'=(1-i)z+i$ ج- $z'=(1+i)z+i-1$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ ب : $g(x)=x^2+2-2\ln(x)$

1) أحسب $g'(x)$ ، ثم أدرس اتجاه تغير الدالة g .

2) استنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل x من $\mathbb{R}_+^*$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ ب : $f(x)=x-2+2\left(\frac{\ln(x)}{x}\right)$

(Cf) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ الوحدة البيانية 2cm .

1) أ) أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ و فسر النتيجة الثانية بيانيا .

ب) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-2$.مقارب مائل للمنحنى (Cf).

ج) أدرس الوضع النسبي المستقيم (Δ)و المنحنى (Cf).

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المنحنى (Cf) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة A فاصلتها β حيث: $1.47\prec\beta\prec1.48$.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (Cf) عند النقطة ذات الفاصلة e.

5) أنشئ (Δ) ، (T) و المنحنى (Cf) .

6) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $(m+2)x=2\ln(x)$.

7) لتكن مساحة الحيز S المحدد ب : المستقيم (Δ) و المنحنى (Cf) و المستقيمات ذات المعادلة : $x=1$; $x=\beta$.

أ) بين أن : $S=\left(\beta\left(2-\beta\right)\right)^2\ cm^2$.

ب) جد حصرا للمساحة S.

انتهى الموضوع الثاني