وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية البرج
ثانوية 18 فيفري الحمادية

السنــة الدراسيــة : 2023/2024
الدورة : 13ماي 2024
الشعبة : علوم تجريبية
الأستاذ: الحسين رميلي

الإمتحان التجريبي في مادة الرياضيات — **المدة : 3ساعات ونصف**

على المترشح أن يختار موضوعا واحدا

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد صحيح عينه مع التبرير في كل حالة :

1)مجموعة حلول المتراجحة : $\ln(x^2-2x)\le \ln(12-x)$ في المجموعة الأعداد الحقيقية هي :

أ) $S=[12;+\infty[$ ب) $S=[-3;0[\cup]2;4]$ ج) $S=]0;2[$

2)المتتالية I_n المعرفة على IN بـــ: $I_n=\int_n^{n+1}3e^{1-x}dx$ هي متتالية هندسية أساسها يساوي :

أ) $\frac{1}{e}$ ب) $3e^2$ ج) $3\sqrt{e}$

3) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $-y'+2y=2$ هو الدالة h التي تحقق : $h(0)=2024$ والمعرفة بالعبارة:

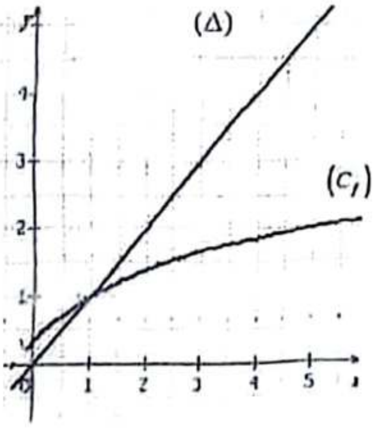
أ) $h(x)=2023e^{2x}+1$ ب) $h(x)=2022e^{2x}+2$ ج) $h(x)=2024e^{2x}-1$

4)حل المعادلة التفاضلية $y''-e^{-x}-2=0$ والتي تحقق $y(0)=1$ و $y'(0)=1$ هي الدوال:

أ) $y=-e^{-x}+2x$ ب) $y=x^2+e^{-x}+2x-1$ ج) $y=x^2+e^{-x}+2x$

التمرين الثاني: (04.5 نقاط)

f دالة معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـــ: $f(x)=\frac{3x+1}{x+3}$ و (C_f) تمثيلها البياني و (Δ) مستقيم معادلته $y=x$ انظر الش



نعتبر متتالية عددية (u_n) المعرفة بحدها $u_0=5$ ومن أجل كل $n\in IN$: $u_{n+1}=f(u_n)$

1)أ)أعد الرسم ثم مثل الحدود u_0، u_1 و u_2 على محور الفواصل مبرزا خطوط الرسم .

ب)أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

1) بين أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسهاو حدها الأول،ثم برر تقاربها ؟

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فان: $v_n=\frac{u_n-1}{u_n+1}$.

ب) تحقق أن : $1-v_n=\frac{2}{u_n+1}$ ، ثم أكتب u_n بدلالة n ، و أحسب $\lim_{n\to+\infty}u_n$.

3)من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $S_n=\frac{4}{(u_0+1)^2}+\frac{4}{(u_1+1)^2}+\dots+\frac{4}{(u_n+1)^2}$.

أ)أحسب المجموعين S_1 و S_2 حيث: $S_1=v_0+v_1+\dots+v_n$ و، $S_2=(v_0)^2+(v_1)^2+\dots+(v_n)^2$.

ب)استنتج حساب المجموع S_n .

التمرين الثالث: (04.5 نقاط)

يحتوي صندوق u_1 على 4 كريات حمراء و 3 كريات خضراء وصندوق أخر u_2 يحتوي على 3 كريات حمراء و 2 كرية خضراء،لا يمكن التمييز بينها عند اللمس.

نقوم بسحب كرية واحدة من الصندوق u_1 ونضعها في الصندوق u_2 ثم نسحب كريتين في أن واحد من الصندوق u_2

نرمز للحدث A :سحب كرية حمراء من الصندوق u_1 ، و للحدث B :سحب كريتين حمراوين من الصندوق u_2

1) أحسب احتمال $p(A)$ و $p(A\cap B)$.

2) تحقق أن : $p(B)=\frac{11}{35}$ ، هل الحدثان A و B مستقلان ؟ علل.

3) علما أن الكريتين المسحوبتين من u_2 حمراوين ، ما احتمال أن تكون الكرية المسحوبة من u_1 حمراء

4) نفرغ محتوى الصندوق u_1 والصندوق u_2 في صندوق أخر u_3 ثم نسحب عشوائيا 3 كريات في أن واحد من الصندوق u_3 بحيث يربح اللاعب $10DA$ عند كل سحبة لكرية خضراء ، ويخسر $5DA$ لكل سحبة لكرية حمراء

ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي مجموع أرباح اللاعب .

أ) بين أن قيم المتغير العشوائي X هي : $\{-15;0;15;30\}$

ب) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X . هل هذه اللعبة مربحة ؟ علل .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

g الدالة العددية المعرفة على IR^* بـ: $g(x)=x^2-\ln x^2$

1) بين أن الدالة g زوجية .

2) أ) أدرس تغيرات الدالة g على المجال $]0;+\infty[$ ،ثم استنتج اتجاه تغيرها على IR^* .

ب) شكل جدول تغيرات الدالة g على IR^* .

3) إستنتج أنه من أجل كل x من IR^* فان $g(x)\geq 1$.

لتكن الدالة f على المجال IR^* بـ: $f(x)=1+x+\frac{-1+\ln x^2}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في م م متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ وفسر النتيجتين بيانيا ثم أحسب $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.

2) أ) بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من IR^* فان : $f'(x)=\frac{g(x)+3}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=1+x$ مقارب مائل لـ (C_f) ، ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ) .

4) أحسب $f(x)+f(-x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

5) بين أن (C_f) يقبل مماس (T) يمر بالنقطة $A(0;1)$ ويمسه في نقطتين معادلته: $y=ax+1$ حيث a عدد حقيقي يطلب تعيينه.

6) أرسم كل من (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f)

7) أ) m وسيط حقيقي ،بين أن المستقيمات (Δ_m) ذو المعادلة $y=mx+1$ تمر من النقطة A ،

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تكون للمعادلة $f(x)=mx+1$ أربع حلول متمايزة .

8) أ) بين أن: $x\mapsto(\ln x)^2$ دالة أصلية لدالة $x\mapsto\frac{\ln x^2}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$.

ب) أحسب A مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $x=e$ و $x=e^2$ و $y=1+x$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

التحق أحد الطلبة بثانوية خاصة فأراد مدرسوه للمواد المتميزة لختبار مستواه الدراسي فقاموا بوضع 9 أسئلة في أظرفة متماثلة بصندوق غير شفاف ، 3 منها خاصة بمادة الرياضيات ،و 2 منها خاصة بمادة الفيزياء و 4 خاصة بمادة العلوم الطبيعية ، وعلى هذا الطالب أن يسحب عشوائيا ثلاثة أظرفه على التوالي دون إرجاع للإجابة على الأسئلة الموجودة داخلها ، نعتبر الحوادث الآتية:

A : الأظرفة المسحوبة تحتوي على أسئلة لنفس المادة ، C : الأظرفة المسحوبة تحتوي على أسئلة لمادتين فقط

B : الأظرفة المسحوبة تحتوي على أسئلة لمواد مختلفة ،

1) أحسب : $p(A)$ ، $p(B)$ ثم بين ان : $p(C) = \dfrac{55}{84}$.

2) أحسب احتمال الحدث D الظرف المسحوب الأول يحتوي على لسئلة لمادة الرياضيات .

3)علما أن الأظرفة المسحوبة تحتوي على أسئلة لمواد مختلفة ،ماحتمال ان يكون الظرف المسحوب الأول لمادة للرياضيات

4) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد مواد الاختبار .

أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب)عرف قانون لحتمال المتغير العشوائي X .

ج)أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X ، ثم استنتج قيمة $E(2024X + 1962)$.

التمرين الثاني: (05 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0 = \dfrac{7}{4}$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n + \dfrac{3}{8}$.

1) أ)برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي nفان : $u_n > \dfrac{3}{4}$.

ب)أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، و برر أنها متقاربة ، ثم استنتج أن: $u_n \leq \dfrac{7}{4}$.

2) (v_n) متتالية عددية معرفة على IN كمايلي : $v_n = \alpha\left(\dfrac{2}{3}\right)^n\left(u_n - \dfrac{\alpha}{4}\right)$

- عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\dfrac{1}{3}$.

فيما يلي نأخذ $\alpha = 3$

1) أ) عبر عن v_n بدلالة n .

ب) بين أنه من اجل كل عدد طبيعي nفان : $u_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n + \dfrac{3}{4}$.، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

2) أ) عبر عن P_n بدلالة n حيث : $P_n = \ln(v_0 \times v_1 \times v_2 \ldots \times v_n)$

ب) عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث : $P_n = 4949 \ln\left(\dfrac{1}{3}\right)$

3) أحسب S_nبدلالة n :حيث : $S_n = \dfrac{v_0}{u_0 - \frac{3}{4}} + \dfrac{v_1}{u_1 - \frac{3}{4}} + \ldots + \dfrac{v_n}{u_n - \frac{3}{4}}$.ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $(z+1-i)(z^2+2z+4)=0$.

نعتبر المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$، ولتكن النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب $z_A=-1+i$ ، $z_B=-1+i\sqrt{3}$ و $z_C=\overline{z_B}$.

2) أكتب العدد $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الجبري ثم الشكل الأسي، ثم استنتج القيمة المضبوطة لـ $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

3) عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{2z_A}{\sqrt{2}z_B}\right)^n$ حقيقي سالب، وبين أن: $\left(\frac{z_B}{2}\right)^{2024}+\left(\frac{z_C}{2}\right)^{1441}=-1$.

4) أ) عين وأنشئ (Γ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z التي تحقق: $|z+1-i|=|iz+\sqrt{3}+i|$.

ب) عين وأنشئ (δ) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث العدد: $\frac{z-z_B}{z-z_C}$ تخيلي صرف.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

g الدالة العددية المعرفة على IR بـــ: $g(x)=2+(2-x)e^x$.

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث: $\alpha\in]2.21;2.23[$

ب) حدد من اجل كل عدد حقيقي x إشارة $g(x)$ ، ثم استنتج اشارة $g(-x)$ على IR

نعتبر الدالة f المعرفة على IR بـــ: $f(x)=\frac{x^2}{1+e^{-x}}$ و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ وفسر النهاية الأخيرة بيانيا .

2) أ) بين أنه من أجل كل x من IR فان: $f'(x)=\frac{xg(-x)}{(1+e^{-x})^2}$.

ب) بين أن الدالة f متناقصة على المجال $]-\alpha;0[$ ومتزايدة على المجالين $]-\infty;-\alpha[$ و $]0;+\infty[$ وشكل جدول تغيراتها

3) بين أن: $f(-\alpha)=\alpha(\alpha-2)$ ، ثم جد حصر للعدد $f(-\alpha)$.

4) بين أن المعادلة $f(x)=1$ تقبل حل وحيد β حيث: $\beta\in]1.1;1.2[$.

5) ليكن (Γ) المنحنى الممثل للدالة المعرفة على IR بـــ: $x\mapsto x^2$

- بين أن $\lim_{x\to+\infty}(f(x)-x^2)=0$ ،ثم فسر النتيجة بيانيا ،ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (Γ) و (C_f)

6) أ) عين نقاط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات ثم أرسم كل من (Γ) و (C_f) .(نأخذ $f(-\alpha)\approx 0,48$)

ب) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي الموجب تماما m عدد حلول المعادلة $f(x)=x^2+\ln(m)$

7) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من IR فان: $0\le f(x)\le x^2$.

ب) استنتج حصر للعدد A الذي يمثل مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات $y=0$ ، $x=0$ و $x=1$.

انتهى الموضوع الثاني

* الأستاذ:الحسين رميلي" " بالتوفيق في شهادة البكالوريا *