الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية أدرار — ثانويـات مقاطعة تيميمون

الشعبة : علـــوم تجريبية — دورة مـــــاي 2018

امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات — المدة : ثلاث ساعات

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:**

## الموضوع الأول:

### التمرين الأول: ( 05 نقاط )

$(U_n)$ و $(V_n)$ متتاليتان معرفتان كما يلي: $U_0 = 1$ و $V_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n:

$$U_{n+1} = \frac{U_n + 2V_n}{3} \quad \text{و} \quad V_{n+1} = \frac{U_n + 4V_n}{5}$$

1) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $W_n = U_n - V_n$

أ) بين أن المتتالية $(W_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب) أكتب عبارة $W_n$ بدلالة $n$ ثم عين نهايتها

2) أ) عبر عن: $U_{n+1} - U_n$ و $V_{n+1} - V_n$ بدلالة $W_n$

-استنتج اتجاه تغير المتتاليتين $(U_n)$ و $(V_n)$ ثم بين أنهما متجاورتان

3) من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر المتتالية $(T_n)$ المعرفة بـ: $T_n = 3U_n + 10V_n$

أ) بين أن المتتالية $(T_n)$ ثابتة ثم أحسب نهايتها

ب) عين نهاية المتتاليتين $(U_n)$ و $(V_n)$

### التمرين الثاني: ( 04 نقاط )

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $Z^2 - 6Z + 10 = 0$

2) في المستوي المركب نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما: $z_A = 3 - i$ و $z_B = 3 + i$ وليكن

$r$ الدوران الذي مركزه $A$ و $\frac{\pi}{2}$ زاوية له

أ) أوجد العبارة المركبة للدوران $r$ ثم أوجد لاحقة النقطة $C$ صورة النقطة $B$ بالدوران $r$

ب) استنتج طبيعة المثلث $ABC$

لتكن النقطة $D(1;1)$ وليكن العدد المركب $L = \frac{z_A - z_D}{z_B - z_D}$

3) أ) أكتب العدد المركب L على الشكل الجبري ثم المثلثي والأسي.

ب)أحسب العدد $\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^{2018}$

ج)عين قيم العدد الطبيعي $n$ بحيث يكون $\left(\frac{L}{\sqrt{2}}\right)^n$ حقيقيا



3as.ency-education.com

**التمرين الثالث:( 04 نقاط )**

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{\imath};\vec{\jmath};\vec{k})$ . نعتبر النقط :

$A(0;-2;2)$ , $(3;1;5)$ , $C(3;-2;-1)$ و $E(-3,4,-1)$

1) أكتب معادلة للمستوي $(P)$ الذي يشمل الذي يشمل النقطة $A$ والشعاع $\overrightarrow{AB}$ ناظمي له

2) بين أن النقطة $C$ تنتمي إلى المستوي $(P)$ثم استنتج طبيعة المثلث $ABC$

3) نعتبر المستوي $(Q)$ تمثيله الوسيطي: $m \in \mathbb{R}$ و $t \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} x = t + m \\ y = 2t - 2 \\ z = t + m + 2 \end{cases}$$

أ) تحقق أن النقطة $A$ تنتمي الى المستوي $(Q)$

ب) بين أن الشعاع $\vec{n}(1,0,-1)$ ناظمي للمستوي $(Q)$

4) عين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستويين $(P)$ و $(Q)$

5) بين أن المستقيم $(AE)$ عمودي على المستوي $(ABC)$

**التمرين الرابع:( 07 نقاط)**

**الجزء الأول:** لتكن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = ax + \frac{b}{1+e^x}$ حيث $a$ ; $b$ عددان حقيقيان ثابتان

-أحسب $h'(x)$ ثم عين العددين الحقيقيين $a$ ; $b$ حيث: $h(1) = \frac{e}{1+e}$ و $h'(0) = \frac{5}{4}$

**الجزء الثاني:** لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{1+e^x}$

$(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$. الوحدة $4cm$

1- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ .

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $f'(x) > 0$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$

3- أ)بين أن المستقيمين المعرفين بـ: $(\Delta_1): y = x$ و $(\Delta_2): y = x - 1$ مستقيمان مقاربان للمنحني $(C_f)$.

ب)أدرس الوضع النسبي للمنحني $(C_f)$ والمستقيمان $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$

4- تحقق أنه من اجل كل عدد حقيقي $x$ : $f(-x) + f(x) = -1$ .ثم فسر النتيجة بيانيا

5- أكتب معادلة للمماس $(T)$ للمنحني $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 0

6- أ)بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا $\alpha$ حيث: $0 < \alpha < 0.5$

ب)تحقق أن $1 + e^{\alpha} = \frac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا لـ$f(\alpha)$

7- أنشئ كلا من $(\Delta_1)$ و $(\Delta_2)$ و $(C_f)$. (نقبل أن المنحني $(C_f)$ يقبل $A(0;-\frac{1}{2})$ نقطة انعطاف)

8- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عددحلول المعادلة: $m = \frac{1}{1+e^x}$



3as.ency-education.com

## الموضوع الثاني:

### التمرين الأول: (4نقاط)

يحتوي صندوق على 8 كريات بيضاء و $n$ كرية سوداء بحيث $(n \geq 2)$ لانفرق بينها باللمس. نسحب من هذا الصندوق كرتين .

نفرض أن سحب كرية بيضاء يعطي ربح نقطة وسحب كرية سوداء يفقد نقطتين .

ليكن $X$ المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع النقط المحصل عليها

1) نعتبر السحب على التوالي مع اعادة الكرية المسحوبة قبل السحب الموالي

أ) عين قيم المتغير العشوائي $X$ ثم عرف قانون احتمال له

ب) أحسب بدلالة $n$ الأمل الرياضي $E(X)$

ت) هل توجد قيمة لـ $n$ حتى يكون $E(x) = 0$

2) نفرض أن السحب في آن واحد

أ- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي $X$

ب- أحسب بدلالة $n$ الأمل الرياضي $E(X)$

### التمرين الثاني: (4نقاط)

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $C$ كثير الحدود $P(z)$ حيث : $P(z) = z^3 - 5z^2 + 11z - 15$

أ) تحقق أن $P(3) = 0$ .

ب) عين العددين الحقيقيين $a$ و $b$ بحيث من أجل كل عدد مركب $z$ : $P(z) = (z-3)(z^2 + az + b)$

ت) حل في $C$ المعادلة : $P(z) = 0$ .

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v})$ ، نعتبر النقط : $A$ , $B$ , $C$ و $D$ ذات اللواحق : $Z_A = 1 + 2i$ ، $Z_B = 1 - 2i$ ، $Z_C = 1 + 3i$ ، $Z_D = 5 - i$

أ) اكتب العدد $\frac{Z_D - Z_C}{Z_B - Z_A}$ على شكليه الجبري و الأسي .

ب) استنتج نسبة و زاوية التشابه المباشر $S$ الذي يحول $A$ إلى $C$ و يحول $B$ إلى $D$ .

ت) احسب $\omega$ لاحقة النقطة $\Omega$ مركز التشابه المباشر $S$ ، ثم تحقق أن عبارته المركبة هي : $Z' = (1+i)Z + 2$

3) لتكن $(E)$ مجموعة النقط $M$ من المستوي ذات اللاحقة $Z$ بحيث : $Z = 1 + 2i + e^{i\theta}$ ( $\theta \in \mathbb{R}$ )

أ) بين أن $C$ نقطة من $(E)$

ب) عين طبيعة المجموعة $(E)$ وعناصرها المميزة

ت) استنتج طبيعة المجموعة $(E')$ صورة المجموعة $(E)$ بالتشابه المباشر $S$ وعناصرها المميزة.



3as.ency-education.com

## التمرين الثالث : (05 نقاط)

$(U_n)$متتالية معرفة بحديها $U_0 = 0$ و $U_1 = 3$ و من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_{n+2} = \frac{3}{2}U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n$

1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n$: $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 3$

2) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس

أ) مثل المستقيمين $(T)$ و $(D)$اللذين معادلتيهما على الترتيب

$y = x$ و $y = \frac{1}{2}x + 3$ ثم مثل على محور الفواصل الحدود $U_0$ ، $U_1$ ، $U_2$و$U_3$ دون حسابها

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية $(U_n)$و تقاربها

3) أ) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_n < 6$ . ماذا يمكن القول عن المتتالية $(U_n)$ ؟

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية$(U_n)$ ، ثم استنتج أنها متقاربة

4) نعتبر المتتالية $(V_n)$ المعرفة من اجل كل عدد طبيعي $n$ بـ: $V_n = U_n - 6$

أ ) برهن أن $(V_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب )عبر عن كل من $V_n$ و $U_n$ بدلالة $n$ . ثم احسب نهاية $U_n$

ج)احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ حيث : $S_n = U_0 + U_1 + \cdots \ldots \ldots \ldots + U_n$

## التمرين الرابع : (07 نقاط)

**الجزء الاول** :لتكن الدالة $g$ المعرفة على $]2, +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 4x + 3 + \ln(x-2)$

أ – أحسب نهايات الدالة $g$ عند 2 و $+\infty$.

ب – ادرس اتجاه تغير الدالة $g$على $]2, +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

ج– أحسب $g(3)$، ثم استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$

**الجزء الثاني** : نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]2, +\infty[$بـ: $f(x) = x - 3 - \frac{\ln(x-2)}{x-2}$

$(Cf)$تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$. الوحدة $2cm$

1) أحسب نهايات الدالة $f$عند 2 و $+\infty$.

2) بين أنه من أجل كل $x$ من $]2, +\infty[$فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-2)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$

3) أ – بين أن المستقيم $(D)$ ذو المعادلة $y = x - 3$ هو مقارب مائل للمنحني $(Cf)$عند $+\infty$.

ب –ادرس وضعية المنحنى$(Cf)$ بالنسبة المستقيم$(D)$.

4) أنشئ كلا من المستقيم $(D)$ و المنحنى $(Cf)$

5)أحسب بـ $cm^2$ مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحني$(Cf)$ و المستقيم $(D)$ والمستقيمين الذين معادلتيهما: $x = 3$و$x = 5$

**بالتوفيق للجميع في بكالوريا 2018**



3as.ency-education.com