الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية ميلة

امتحان بكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي) — مقاطعات ميلة 1 -2 -3

الشعبة : علوم تجريبية — دورة : ماي 2018

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 ساعات ون

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول :

التمرين الأول : (04,5 ن)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2+4z+16=0$

2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ لتكن النقط A ؛ B ؛ C و D حيث :

$z_A=-2+2i\sqrt{3}$ ؛ $z_B=-2-2i\sqrt{3}$ ؛ $z_C=4e^{i\frac{\pi}{6}}$ و $z_D=3\sqrt{3}+3i$.

أ – اكتب z_C على الشكل الجبري .

ب – اكتب z_A ؛ z_B ؛ z_D على الشكل المثلثي .

ج – استنتج أن النقط A ؛ B ؛ C تنتمي إلى نفس الدائرة . حدد مركزها ونصف قطرها .

د – عين زاوية الدوران r الذي مركزه O ويحول A إلى B .

– اكتب $\frac{z_D}{z_A}$ على الشكل الاسي ثم استنتج نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه O ويحول A إلى D .

3) α عدد حقيقي و G_α مرجح الجملة $\left\{(A,1),(B,1),(C,e^\alpha)\right\}$

أ – بين أن : $\overrightarrow{IG_\alpha}=\frac{e^\alpha}{e^\alpha+2}\overrightarrow{IC}$ حيث I منتصف القطعة $[AB]$.

ب – بين أن : $0\prec\frac{e^\alpha}{e^\alpha+2}\prec1$ ثم استنتج مجموعة النقط G_α عندما يتغير α في $\mathbb{R}$.

التمرين الثاني : (04 ن)

يحتوي كيس على 6 كرات حمراء منها 4 كرات تحمل الرقم 1 وإثنتان تحملان الرقم 2 و ثمان كرات خضراء ؛ منها 5 كرات تحمل الرقم 1 وثلاثة تحمل الرقم 2 . كل الكرات متماثلة ولا يمكن التمييز بينها باللمس .

نسحب كرتين من الكيس في ن واحد .

لتكن الحادثتان : A " سحب كرتين من نفس اللون " و B " سحب كرتين تحملان نفس الرقم "

1) بين أن : $P(A)=\frac{43}{91}$.

2) احسب : $P(B)$.

3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون . ماهو احتمال أن تحملا نفس الرقم ؟

4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ- حدد قيم X .

ب- حدد قانون الاحتمال ل X .

ج – احسب الأمل الرياضياتي ؛ التباين والانحراف المعياري .

التمرين الثالث (04 ن)

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ ب : $U_0=\frac{1}{5}$ و $U_{n+1}=1-\frac{1}{2U_n+1}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\prec U_n\prec\frac{1}{2}$.

2) أ – تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون : $U_{n+1}-U_n=\frac{U_n(1-2U_n)}{2U_n+1}$ ثم استنتج اتجاه تغير (U_n) .

ب- بين أن المتتالية (U_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n=\frac{5^nU_n}{2U_n-1}$

أ- اثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب – اكتب عبارة V_n بدلالة n ؛ ثم بين أن $U_n=\frac{2^n}{2^{n+1}+3}$ واحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$.

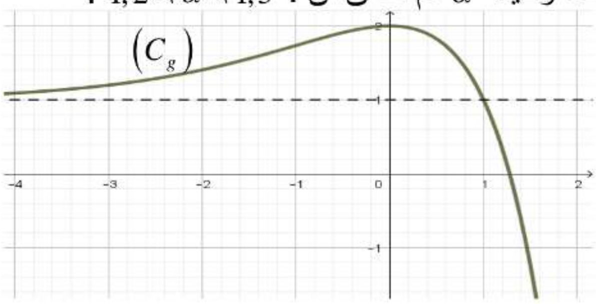
4) احسب بدلالة n المجموع : $S_n=\frac{1}{U_0}+\frac{1}{U_1}+\frac{1}{U_2}+.....+\frac{1}{U_n}$.

التمرين الرابع : (7,50 ن)

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $g(x)=(1-x)e^x+1$ ؛ (C_g) منحناها البياني كما في الشكل :

1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

2) أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في المجال $]0;+\infty[$ حلا وحيدا α ثم تحقق أن : $1,2\prec\alpha\prec1,3$.



ب- عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

3) اثبت أن : $e^\alpha=\frac{1}{\alpha-1}$.

4) أ- باستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية للدالة :

$x\to(1-x)e^x$

ب- احسب بالسنتمتر المربع $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى (C_g) والمستقيمات التي معادلات لها $y=0$ ؛ $x=0$ ؛ $x=\alpha$.

ج – بين أن : $A(\alpha)=\frac{-3\alpha+4}{\alpha-1}+\alpha$ ثم احصر $A(\alpha)$.

د – حل بيانيا المعادلة : $E[g(x)]=1$ حيث E يرمز إلى دالة الجزء الصحيح .

II) لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ ب : $f(x)=\frac{x}{e^x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. وحدة الطول 2cm .

1) احسب كل من : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ؛ $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-x]$ ثم فسر النهاية الأخيرة بيانيا .

2) أ- اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x إشارة $f'(x)$ هي من نفس إشارة $g(x)$.

ب – استنتج اتجاه التغير للدالة f وشكل جدول تغيراتها .

ج – بين أن $0,2\prec f(\alpha)\prec0,3$.

3) اكتب معادلة لمماس المنحنى في النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) أ- بين أن : $f(-\alpha)=-1$ وأنشيء (C_f) .

ب- m وسيط حقيقي . ناقش بيانيا عدد وإشارة حلول المعادلة : $x-e^{x+m}-e^m=0$

الموضوع الثاني:

التمرين الأول : (05 ن)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+13=0$.

2) أ- علم النقط A ؛ B ؛ C و D التي لواحقها على الترتيب : $z_A=i$ ؛ $z_B=2$ ؛ $z_C=3+2i$ و $z_D=3-2i$.

ب- عين نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه A ويحول B إلى C .

ج – اكتب العدد المركب : $\dfrac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$ على الشكل الأسي واستنتج طبيعة المثلث ABC .

د – بين أن النقطة B هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ADC .

3) S تحويل نقطي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث : $z'=\left(1+i\right)z+1$

أ- عين طبيعة S وعناصره المميزة .

ب – جد صورة B بواسطة S .

ج – بين أنه من أجل كل عدد مركب z حيث $z\neq i$ فإن : $\dfrac{z'-z}{i-z}=-i$

- فسر هذه النتيجة بالنسبة إلى المسافات وبالنسبة إلى الزوايا واستنتج طريقة لرسم M' انطلاقا من M و A .

4) أ- عين المجموعة $\left(E\right)$ للنقط M ذات اللاحقة z حيث : $\left|z-2\right|=\sqrt{5}$

ب – برهن أن : $z'-z_C=\left(1+i\right)\left(z-z_B\right)$.

ج – استنتج أنه لما M تنتمي إلى $\left(E\right)$ فإن M' تنتمي إلى دائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها .

5) أنشيء $\left(E\right)$ و $\left(F\right)$ في نفس المعلم .

التمرين الثاني : (04 ن)

لمكافحة مر الحصبة الألمانية لقح 30% من تلاميذ ثانوية ما ؛وكانت نتائج دراسة إحصائية على هذه الثانوي كما يلي :

- احتمال أن يكون التلميذ مصابا علما أنه ملقحا هو $\dfrac{1}{16}$.
- احتمال أن يكون التلميذ ملقحا علما أنه مصابا هو $\dfrac{3}{14}$.

يتم اختيار تلميذ واحد من هذه الثانوية بطريقة عشوائية .

نرمز ب V إلى الحادثة " التلميذ ملقح "

ونرمز ب M إلى الحادثة " التلميذ مصاب بالمر "

1) شكل شجرة الاحتمالات .

2) احسب $P\left(V\cap M\right)$ احتمال أن يكون التلميذ ملقحا ومصابا بالمر .

3) اثبت أن : $P(M)=\frac{7}{80}$ احتمال التلميذ مصاب بالمر .

4) احسب : $P(\overline{V}\cap M)$ احتمال أن يكون غير ملقح ومصاب بالمر ؛ ثم استنتج $P_{\overline{V}}(M)$.

5) احسب : $P(\overline{V}\cap \overline{M})$.

التمرين الثالث (04 ن)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1,-1,4)$ ؛ $B(7,-1,-2)$ و $C(1,5,-2)$

1) أ- بين أن المثلث ABC متقايس الأضلاع .

ب – بين أن الشعاع $\vec{n}(1,1,1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية ل (ABC) .

2) (Δ) مستقيم تمثيله الوسيطي $\begin{cases} x=-2t \\ y=-2-2t \quad / t\in\mathbb{R} \\ -3-2t \end{cases}$

أ- بين أن (Δ) عمودي على المستوي (ABC) ثم عين احداثيي النقطة G نقطة تقاطعهما .

ب- بين أن G مركز ثقل المثلث (ABC) .

3) (S) سطح الكرة التي مركزها G وتشمل النقطة A .

أ – اكتب معادلة لسطح الكرة (S) .

ب – ادرس الوضع النسبي ل (S) و (Δ) مع تحديد المجموعة $(\Delta)\cap(S)$.

التمرين الرابع : (07 ن)

I) لتكن الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ ب : $g(x)=x^2+3-2\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g .

2) بين أنه من أجل كل x من $]0,+\infty[$: $g(x)\geq 4$

II) لتكن الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ ب : $f(x)=\frac{1}{2}x-\frac{1}{2x}+\frac{\ln x}{x}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

1) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{2x^2}$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f .

2) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) . أوجده ثم ادرس الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ) .

3) أ – بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يشمل المبدأ O . جد معادلة له .

ب – احسب $f(1)$ ثم أنشيء (T) و (C_f) .

ج – ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx$

4) أ – بين أن : $\int_{\sqrt{e}}^{e}\left(\frac{-1}{2x}+\frac{\ln x}{x}\right)dx=\frac{1}{8}$

ب – استنتج بالسنتمتر المربع المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات :

$y=\frac{1}{2}x$ ؛ $x=\sqrt{e}$ و $x=e$