الجمهـورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية الوادي

امتحان تجريبي لبكالوريا التعليم الثانوي — دورة: جوان 2020

الشعبة: 3 ع تج / تر / ر — الأستاذ : محمد حاقة

اختبار في مادة الرياضيات — المدة :03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار احد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

لتكن المتتالية (u_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـــ : $u_0 = -1$ ؛ $u_1 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{1}{4}u_n$

ولتكن المتتالية (v_n) المعرّفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n$

1) أثبت أنّ (v_n) متتالية هندسيّة يطلب تعيين أساسها، وحدّها الأول v_0

2) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n

3) احسب ، بدلالة n ، المجموع : $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \frac{u_n}{v_n}$

أ/ احسب w_0 ، ثم بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابيّة يطلب تعيين أساسها.

ب/ اكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n ، ثم عيّن أصغر عدد طبيعي n الذي يحقق : $e^{w_n} > 2020$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

في محل تجاري نظمت لعبة حظ كالتالي: يرمي الزبون نردا مكعبا، متوازنا له وجه يحمل الحرف G ووجهان يحملان الحرف R ، وثلاثة أوجه تحمل الحرف D

إذا ظهر الحرف G يتحصل الزبون على مبلغ $100DA$ ، ويتوقف اللعب (DA تعني دينار جزائري)

إذا ظهر الحرف R لا يتحصل الزبون على شيء. ويتوقف اللعب

إذا ظهر الحرف D يطالب الزبون برمي النرد مرة ثانية فإذا ظهر الحرف G يتحصل على مبلغ $50DA$ ويتوقف اللعب، أما إذا ظهر أحد الحرفين R أو D فانه لا يتحصل على شيء ويتوقف اللعب

نعتبر الحوادث التالية:

G_1 : " يتحصل الزبون على مبلغ $100DA$ " G_2 : " يتحصل الزبون على مبلغ $50DA$ "

1) أ/ احسب $P(G_1)$ ، احتمال الحادثة G_1

ب/ بيّن أن: $P(G_2)=\frac{1}{12}$

ج/ استنتج أن احتمال أن يتحصل الزبون على مبلغ غير معدوم يساوي $0,25$

2) نرمز بـ X للمتغير العشوائي الذي يمثل المبلغ الذي يتحصل عليه الزبون عند مشاركته في اللعبة

أ/ عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X

ب/ احسب أمله ألرياضياتي $E(X)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ تعطى النقط A ، B ، C ، D التي لواحقها $z_A=-2$ ، $z_B=2$ ، $z_C=-1+i$. ، $z_D=1-3i$

1) أثبت أنّ D هي مرجح الجملة المثقلة $\{(A,5);(B,3);(C,-6)\}$

2) عين مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z حيث: $\left|\overline{z}+2\right|=\left|\overline{z}+1+i\right|$

3) أكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_B}{z_C-z_B}$ على الشكل الآسي ، ثم استنتج طبيعة المثلث BCD

4) أ/ أكتب العدد المركب $\frac{z_D-z_A}{z_C-z_A}$ على الشكل الآسي.

ب/ استنتج أن D هي صورة C بتحويل نقطي f يُطلب تعيين طبيعته وعناصره المميزة

ج/ استنتج $\left|z_A-z_{B'}\right|$ حيث B' هي صورة B بالتحويل، f ثم أحسب عندئذ مساحة المثلث ABB'

5) لتكن النقطة Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=-\frac{1}{2}$ عيّن العبارة المركبة للتحاكي h الذي مركزه Ω ويحول D إلى C

التمرين الرابع: (07 نقاط)

f دالة معرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يأتي: $f(x)=x-\frac{2}{\sqrt{x+1}}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أدرس تغيرات الدالة f

2) أ/ بيّن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين أحدهما (d) معادلته؛ $y=x$

ب/ ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و (d)

3) أ/ بيّن أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث: $1,3<x_0<1,4$

ب/ عيّن معادلة (Δ) مماسا للمنحنى (C_f) في نقطة تقاطعه مع محور التراتيب

ج/ أرسم (Δ) و (C_f) في نفس المعلم

4) g الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالعبارة: $g(x)=\left|f(x)\right|$ ، (C_g) منحنى الدالة g في المعلم السابق

أ/ بيّن كيف يمكن إنشاء (C_g) انطلاقا من (C_f)

ب/ ارسمه في نفس المعلم السابق

ناقش بيانيًا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $g(x)=m^2$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

(A) ، (B) صندوقان . الصندوق (A) يحوي 5 كرات بيضاء و 5 كرات سوداء أما الصندوق (B) فيحوي 7 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء ، كل الكرات متماثلة. نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق (A) و نسجل لونها و نعيدها الى الصندوق (B) الذي نسحب منه كرة أخرى و نسجل لونها أيضا .

1) احسب $P(E)$ إحتمال الحصول على كرتين بيضاوين

2) احسب $P(F)$ إحتمال الحصول على كرتين من نفس اللون

3) X متغير عشوائي يرفق كل كرة بيضاء بالعلامة $(+\alpha)$ و كل كرة سوداء بالعلامة $(-\alpha)$.

أ/ عرف قانون الإحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$.

ب/ عين قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون $E(X)=1$

4- نضيف الى الصندوق (B) ، n-3 كرة سوداء و نعيد عملية السحب المبينة أعلاه .

أ/ ما إحتمال الحصول على كرتين بيضاوين ؟

ب/ كم من كرة سوداء ينبغي إضافتها الى الصندوق (B) حتى يكون إحتمال سحب كرتين بيضاوين هو 0,25

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $u_0 = 4e^3$ ، ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = 2\sqrt{u_n}$

1) أ/ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n ؛ $u_n > 4$

ب/ أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)، ماذا تستنتج ؟

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$: $v_n = \ln u_n - 2\ln 2$

أ/ أثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب/ أكتب v_n بدلالة n ثم بين أن ؛ $u_n = 4e^{\frac{3}{2^n}}$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

ج/ عين العدد الطبيعي n الذي يحقق: $v_0 + v_1 + \ldots + v_n = 6\left(1 - e^{-2021\ln 2}\right)$

3) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = v_0^2 + v_1^2 + \ldots + v_n^2$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

$I-$ $P(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z حيث؛ $P(z) = z^3 - (4+2i)z^2 + 8(1+i)z - 16i$

أ/ بيّن أنّ المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلاً تخيّليا صرفًا z_0 يطلب تعيينه

ب/ نضع : $f(z) = z^2 + \alpha z + \beta$

جد العددين الحقيقيين α و β بحيث يكون من أجل كل عدد مركب z ؛ $P(z) = (z-2i)f(z)$

ج/ حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة: $P(z)=0$

$II-$ المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ النقط A، B و C لواحقها على الترتيب $z_A=2i$ ، $z_B=2+2i$ و $z_C=2-2i$

1) أكتب : z_A ، z_B و z_C على الشكل الآسي

2) بّين أن: $\left(\frac{z_A}{2}\right)^{2020}+\left(\frac{z_B}{2\sqrt{2}}\right)^{1954}-\left(\frac{z_C}{2\sqrt{2}}\right)^{1962}=1$

3) أ/ أحسب العدد المركب $\frac{z_C-z_B}{z_A-z_B}$، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

ب/ استنتج أنّ C هي صورة A بالتشابه المباشر S الذي مركزه B، يطلب تعيين نسبته وزاويته

4) أكتب الصيغة المركبة للتشابه المباشر S

5) عّين المجموعة (Γ) للنقط $M(z)$ من المستوي التي تحقق: $|f(z)-4|=3$

التمرين الرابع:(07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=2x^3+x^2-1$

1) أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$

ب/ ادرس اتجاه تغير الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها

2) أ/ بّين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيدًا α حيث $0,6<\alpha<0,7$

ب/ استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^3+x^2+1}{3x}$

(C_f) المنحنى البياني لها في معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to0}f(x)$ وفسر النتيجة الأخيرة هندسيا

2) بّين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$ ، إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$

3) ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها

4) بّين أن : $f(\alpha)=\frac{\alpha}{6}+\frac{1}{2\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

5) أنشئ المنحنى (C_f)

6) ناقش بيانًيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=m+1$

محبكم في الله الأستاذ محمد حاقة