

اختبار الثلاثي الثاني لمادة الرياضياتالتمرين الأول : (05)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحددها الأول u_0 حيث $u_0 = -\frac{5}{4}$

ومن اجل كل عدد طبيعي $n : u_{n+1} = (2 + u_n)^2 - 2$

(1) أ) برهن بالتراجع ان من اجل كل عدد طبيعي $n : -2 < u_n < -1$

ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

ج) استنتج ان المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب $\lim u_n$

(2) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = \ln(u_n + 2)$

أ) برهن ان المتتالية (v_n) هندسية . عين اساسها وحددها الاول .

ب) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .

(3) احسب بدلالة n الجداء : $p_n = (u_1 + 2)(u_2 + 2)(u_3 + 2) \dots (u_n + 2)$

التمرين الثاني : (08)

الجزء الأول : h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $h(x) = e^x - x + 2$

(1) ادرس تغيرات الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها

(2) استنتج إشارة $h(x)$ من اجل كل عدد حقيقي x

الجزء الثاني : f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = (x-1)e^{-x} + x + 1$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

(1) احسب كلا من $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ) بين ان من اجل كل عدد حقيقي $x : f'(x) = e^{-x} \times g(x)$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

ب) ادرس الأوضاع النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

(4) عين قيمة العدد الحقيقي b حتى يكون المستقيم (T) ذو المعادلة $y = x + a$ مماس للمنحنى (C_f)

في نقطة يطلب تعيين احداثيتها .

(5) احسب $f(0)$ و $f(-1)$ ثم أنشئ كلا من (Δ) و (T) ثم المنحنى (C_f) على المجال $[-1; +\infty[$

(6) m وسيط حقيقي . عين قيم الوسيط m التي من اجلها تقبل المعادلة $x = e^x(m-1) + 1$ حلين

متمايزين .

(7) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة جد دالة أصلية للدالة $g : x \mapsto (x-1)e^{-x}$ على $\mathbb{R}$ و التي تنعدم من اجل 0 .

ب) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y = x + 2$ ، $x = 2$ ، $x = 0$

التمرين الثاني: (07 ُ)

الجزء الأول : g الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -1 - \frac{1}{x^2} + 2\ln x$

(1) ادرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(2) بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,89 < \alpha < 1,90$

(3) استنتج إشارة $g(x)$ من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني : f الدالة المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = -x - 2 + \frac{3 + 2\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

(1) أ) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. فسر بيانيا النتيجة . ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ) بين ان من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{1}{x^2} \times g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب) استنتج ان الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left]0; \frac{1}{\alpha}\right]$ و متناقصة تماما على المجال $\left[\frac{1}{\alpha}; +\infty\right[$

ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ) بين ان المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

ب) ادرس الأوضاع النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

(4) أ) تحقق ان : $y = -2x + 2$ معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة A التي فاصلتها 1 .

ب) بوضع : $f(x) - (-2x + 2) = \frac{h(x)}{x^2}$ ادرس اتجاه تغير الدالة h

ج) احسب $h(1)$. و عين إشارة $h(x)$ على $]0; +\infty[$. ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة A ؟

(5) أ) أنشئ المماس (T) والمقارب (Δ) ثم المنحنى (C_f) . (نأخذ $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 0,7$)

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها:

$$y = -x - 2 \quad , \quad x = e \quad , \quad x = 1$$

انتهى .