

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (4 نقاط ونصف)

كيس به 9 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس، منها أربعة بيضاء مرقمة من بـ: 1، 0، 1، -1، وثلاثة حمراء مرقمة بـ: 1، 0، -1 وكرتان سوداوان مرقمة بـ: -1، 0،

نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتان على التوالي وبدون ارجاع.
1. شكل شجرة الاحتمال الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين التاليتين:
(أ) بالاعتماد على ألوان الكرات
(ب) بالاعتماد على أرقام الكرات.

2. أحسب احتمال الحوادث التالية:
الحادثة A: "سحب كرتين من نفس اللون"، الحادثة B "سحب كرة حمراء على الأكثر"، الحادثة C "سحب كرتين من نفس الرقم"
3. نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع الرقمين الظاهرين على الكرتين المسحوبتين.

أ. عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي X.
ب. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضياتي $E(X)$.

ج. أحسب التباين $V(X)$ والانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل في كل حالة مما يلي:

1. مجموعة حلول المعادلة $\left(\frac{z+3-2i}{iz-i}\right)^2 = -1$ في المجموعة $\square$ هي $S = \{-1+i\}$.

2. من أجل كل عدد مركب z : إذا كان $|z|=1$ فإن $\bar{z} = \frac{1}{z}$

3. من أجل كل عدد طبيعي n : $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right)^{6n} = (-1)^n$

4. من أجل كل عدد حقيقي θ : إذا كان $Z = (\sin \theta - i \cos \theta)(\cos \theta + i \sin \theta)$

فإن : $\arg(Z) = 2\theta - \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ ، حيث $k \in \square$.

الصفحة 1 من 2

التمرين الثالث: (04 نقاط ونصف)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

نعتبر f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بـ: $f(x) = \frac{6x+5}{x+2}$ ، و (C_f) المنحني الممثل لها، (D) هو المستقيم ذو المعادلة $y = x$ (أنظر الى الوثيقة المرفقة)

(I) تحقق أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $\mathbb{R}^+$.

(II) (u_n) متتالية معرفة بحددها الأول $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :
 $u_{n+1} = f(u_n)$.

(1) أ) مثل على حامل محور الفواصل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.

ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

(2) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 5$.

(3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، هل هي متقاربة؟

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{u_n - 5}{u_n + 1}$.

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) عبّر عن v_n و u_n بدلالة n ثم عين نهاية المتتالية (u_n) .

(5) أحسب المجموع S_n حيث: $S_n = \frac{1}{u_0 + 1} + \frac{1}{u_1 + 1} + \dots + \frac{1}{u_n + 1}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 - 1 - 2\ln x$.

1/ أدرس تغيرات الدالة g .

2/ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0; +\infty[$.

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \frac{1 - (\ln x)^2}{x}$.

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسياً.

2/ برهن أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (إرشاد: ضع $t = \sqrt{x}$)، ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

3/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x) + (\ln x)^2}{x^2}$.

♦ استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها.

♦ بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.3 < \alpha < 0.4$.

4/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.

♦ ادرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

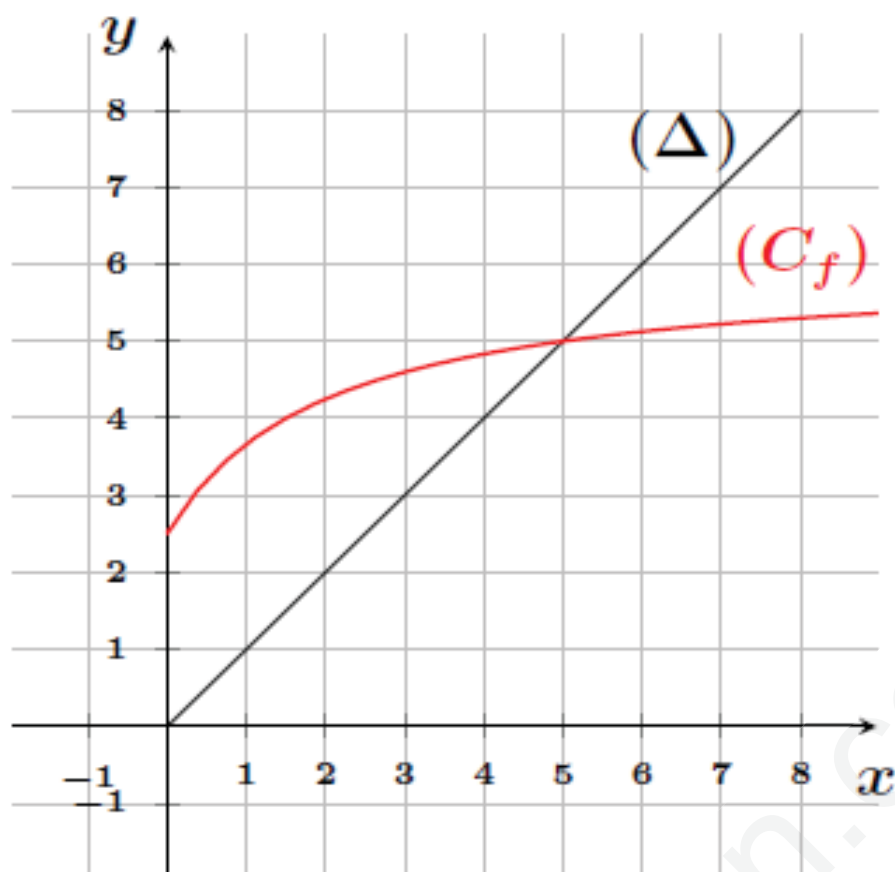
5/ ارسم (Δ) و (C_f) علما أن $f(0.5) \simeq 1.5$ ، $f(1) = 2$ و $f(2) \simeq 2.25$.

6/ نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]-\infty; 0[$ بـ: $h(x) = f(-x)$.

- اشرح كيفية رسم المنحني (C_h) انطلاقا من المنحني (C_f) ثم ارسمه في المعلم السابق.

الاسم واللقب:

القسم:



الاسم واللقب:
القسم:

