ثانوية طارق بن زياد *الحجيرة* | اختبار الفصل الثاني في مادة | التاريخ: 2018/02/26

المستوى والشعبة: ثالثة رياضيات | الرياضيات | المدة: 3 ساعات

---

**التمرين الأول (4.5ن):**

1. حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة ذات المجهول $(x; y)$ التالية: $6x - 5y = 7$
2. عين الأعداد الصحيحة النسبية $a$ التي تحقق $\begin{cases} a \equiv 3[5] \\ a \equiv -4[6] \end{cases}$
3. أ. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي $n$ باقي القسمة الإقليدية للعدد $2^n$ على 5 .

   ب. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $x^n \equiv 2^n[5]$ .

   ج. عين قيم العدد الطبيعي $n$ التي تحقق: $x + x^2 + \cdots \ldots + x^n \equiv 2[5]$
4. نعتبر العدد الطبيعي $A$ المكتوب في نظام التعداد ذي الأساس $\alpha$ كما يلي $\overline{1438}$

   جد أصغر قيمة للعدد $\alpha$ بحيث يكون: $2017^{2018} + 2018^{2016} + A \equiv 0[5]$

**التمرين الثاني (3ن):**

نعتبر المتتاليتان $(u_n)$ و$(v_n)$ المعرفتان بـ: $u_0 = 0$ و$v_0 = 2$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n$ :

$u_{n+1} = \frac{3u_n+1}{4}$ و $v_{n+1} = \frac{3v_n+1}{4}$

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n \leq 1 \leq v_n$
2. بين أن المتتالية $(t_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $t_n = v_n - u_n$ هندسية ثم استنتج نهايتها.
3. أثبت أن المتتاليتين $(u_n)$ و$(v_n)$ متجاورتان وجد نهايتهما المشتركة.

**التمرين الثالث (5ن):**

يحتوي كيس على ستة كرات حمراء، أربع منها تحمل الرقم 1 واثنتان تحملان الرقم 2، وثمان كرات خضراء، خمسة منها تحمل الرقم 1 وثلاثة تحمل الرقم 2. الكرات لا يمكن التمييز بينها عند اللمس.

نسحب عشوائيا كرتين من الكيس في آن واحد.

نعتبر الحدثان: $A$ " سحب كرتين من نفس اللون" و $B$ " سحب كرتين من نفس الرقم"

1- بين أن: $P(A) = \frac{43}{91}$ ثم أحسب $P(B)$.

2- أ. علما أن الكرتان المسحوبتان من نفس اللون، ما هو احتمال أن تحملا نفس الرقم، ثم استنتج $P(A \cap B)$ .

3- نعتبر المتغير العشوائي $X$ الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ- عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي $X$ ثم عرّف قانون احتماله.

ب- احسب $E(X)$ الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي $X$ .

التمرين الرابع (7.5ن) :

$I$) -نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x) = 1 + x^2 + \ln(x)$ .

1. بين الدالة $g$ متزايدة تماما على $]0;+\infty[$ .
2. أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $0.32 < \alpha < 0.33$ .
3. استنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$ .

$II$) -نعتبر الدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = -x + \frac{2+\ln(x)}{x}$ ، و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ .
2. أ. بين أن من أجل كل عدد حقيقي $x > 0$ : $f'(x) = -\frac{g(x)}{x^2}$ .

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة $f$ ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن $f(\alpha) = 2(\frac{1}{2\alpha} - \alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.
4. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x) + x]$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
5. أدرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة إلى مستقيمه المقارب المائل $(\Delta)$.
6. بين أن المنحنى $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ يوازي $(\Delta)$ يطلب كتابة معادلة له.
7. أنشئ $(T)$ ، $(\Delta)$ و $(C_f)$ ، علما أن $(C_f)$ يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتاهما $x_0$ و $x_1$ حيث $0.1 < x_0 < 0.2$ و $1.5 < x_1 < 1.6$ .
8. $m$ وسيط حقيقي. ناقش بيانيا وحسب قيم $m$ ، عدد حلول المعادلة: $2 + \ln x - mx = 0$ .