﴿إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات﴾

ثالثة
علوم تجريبية : $\sum_{i=1}^{4} i$

يوم : $2020-03-01$

10800 ثانية

التمرين :01 (4ن)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بحدها الأول $U_1=\sqrt{e}$ و من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $U_{n+1}=\frac{2}{3}U_n+\frac{1}{3}n+1$.

1. أحسب الحدود U_2 ، U_3 و U_4 ، ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) .
2. أ) بين بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $U_n\leq n+3$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $U_{n+1}-U_n=\frac{1}{3}(n+3-U_n)$ ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

3. (V_n) المتتالية العددية المعرفة على N^* بـ : $V_n=U_n-n$.

• بين أن (V_n) متتالية هندسية ، ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$: $U_n=n+(\sqrt{e}-1)\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$.

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي $n\geq 1$:

$$S_n=\left(\frac{2}{3}\right)^1 V_1+\left(\frac{2}{3}\right)^2 V_2+....+\left(\frac{2}{3}\right)^n V_n$$

$$S'_n=U_1+U_2+...+U_n$$

$$T_n=\frac{S'_n}{n^2}$$

• احسب المجموعين S_n و S'_n ، ثم عين $\lim\limits_{n\to+\infty} T_n$.

التمرين :02 (4.5ن)

نعلم أن فصائل الدم عند الإنسان أربعة و هي : O ، A ، B و AB .

تتوزع مجموعة من 10 أشخاص حسب فصيلتهم الدموية كما يلي : أربعة أشخاص من فصلة O و ثلاثة من فصيلة A و شخصان من فصيلة B و شخص واحد من فصيلة AB . نختار عشوائيا و في آن واحد شخصان من هذه المجموعة .

1. احسب إحتمال كل من الأحداث الآتية : C : " الشخصان المختاران لهما نفس الفصيلة الدموية " .

D : " الشخصان المختاران لهما فصيلتين دمويتن مختلفتين "

E : " فصيلة أحد الشخصين فقط هي A "

F : " فصيلة الشخصان المختاران هي A أو O "

2. نرفق الفصيلة O بالعدد 4 الذي يمثل عدد الفصائل التي يمكن أن تتلقى من الفصيلة O و هكذا نرفق الفصيلة A بالعدد 2 و الفصيلة B بالعدد 2 و الفصيلة AB بالعدد 1 .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل اختيار بمجموع الرقمين المرفقين بفصيلتيهما .

أ) عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب انحرافه المعياري.

ب) احسب احتمال الحدثين $"X^2-9X+18=0"$ و $"X^2-9X+18\leq 0"$.

ج) احسب احتمال الحدث $"X=4"$ إذا علمت أن أحد الشخصين المختارين هو A فقط .

التمرين :03 (4.5ن)

I/ من أجل كل عدد مركب z نعتبر كثير الحدود $P(z)$ حيث : $P(z)=z^3-2(\sqrt{3}+i)z^2+4(1+i\sqrt{3})z-8i$.

1. أ) بين أن $P(z)$ يقبل جذرا تخيليا صرفا z_0 يطلب تعيينه .

   ب) حلل $P(z)$ و حل المعادلة : $P(z)=0$ في C .

2. المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$

نعتبر النقط A ، B و C التي لاحقاتها على الترتيب : $z_A=\sqrt{3}-i$ ، $z_B=\sqrt{3}+i$ و $z_C=2i$.

أ) بين أن النقط A ، B و C تنتمي إلى نفس الدائرة مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها .

ب) أنشىء النقط A ، B و C .

II/ من أجل كل z من C^* نضع : $Q(z)=\dfrac{1+i\sqrt{3}}{z}$.

- حل في C كلا من المعادلات التالية : $Q(z)=\dfrac{2}{z+1}$ و $Q(z)=z$ ، $Q(z)=\dfrac{z-4cos\theta}{-1+i\sqrt{3}}$ حيث $\theta\in R.$.

III/ نعتبر العدد المركب z حيث : $z=x+iy$ و M صورته و ليكن العدد L حيث $L=\dfrac{z-z_A}{z-z_C}$.

1. أكتب العدد L على الشكل الجبري .
2. عين طبيعة (Γ) مجموعة النقط M بحيث : L حقيقي .

التمرين :04 (7ن)

I/ g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ حيث : $g(x)=\dfrac{2x^2-(x^2+1)ln(x^2+1)}{x^2+1}$.

1. أدرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها .
2. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α محصور بين 2 و 1,9 .
3. إستنتج إشارة $g(x)$ على $]0;+\infty[$.

II/ f دالة معرفة على R بـ : $f(0)=0$ و من أجل كل $x\neq 0$: $f(x)=\dfrac{ln(x^2+1)}{x}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسو إلى معلم متعامد ; متجانس (وحدة الطول $2cm$).

1. بين أن $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=1$ ، ثم فسر النتيجة هنسيا .
2. أ) بين أن الدالة f فردية .

   ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

3. أ) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

   ب) إستنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

   ج) شكل جدول تغيرات الدالة f على R .

4. بين أن : $f\alpha)=\dfrac{2\alpha}{\alpha^2+1}$ ثم اوجد حص لـ $f(\alpha)$.
5. ارسم (T) و (C_f) حيث (T) مماس لـ (C_f) عند المبدأ.