

التمرين الأول: (6ن)

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط :

$$D(1, -1, 1), C(-1, -3, -1), B(1, 1, 1), A(3, -1, -3)$$

1. عين معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .
2. عين معادلة ديكارتية للمستوي (P) المحوري للقطعة $[AB]$.
3. أ. بين أن المستوي (Q) المحوري للقطعة $[BC]$ له معادلة ديكارتية من الشكل: $x + 2y + z + 2 = 0$
ب. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) الناتج عن تقاطع المستويين (P) و (Q) .
4. ليكن (R) المستوي ذو المعادلة $x + y + z + 2 = 0$
أ. بين أن الشعاع $\overrightarrow{DC}$ ناظمي للمستوي (R) .
ب. بين أن المستويات (P) و (Q) و (R) تتقاطع في النقطة $H(0; 0; -2)$
ت. بين أن النقط A, B, C و D تنتمي لسطح كرة (S) يطلب تعيين مركزها و طول نصف قطرها.
5. ليكن (Δ') المستقيم العمودي على المستوي (ABC) و الذي يشمل النقطة H .

$$\text{أ. بين أن الجملة : } \begin{cases} x = \alpha \\ y = -\alpha \\ z = \alpha - 2 \end{cases}, \alpha \in \mathbb{R} \text{ تعين تمثيلا وسيطيا للمستقيم } (\Delta')$$

- ب. عين احداثيات النقطة E نقطة تقاطع المستقيم (Δ') مع المستوي (ABC) .
- ت. عين تقاطع المستوي (ABC) مع سطح الكرة (S) .

التمرين الثاني: (7ن)

المستوى المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$

نعتبر كثير الحدود للمتغير المركب z : $P(z) = z^3 + z^2 - 2iz - 2i$

$$1-\text{احسب: } (1+i)^2$$

$$2-\text{عين العددين الحقيقيين } a \text{ و } b \text{ بحيث : } P(z) = (z+a)(z^2+bi)$$

3- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $P(z) = 0$

4- نعتبر النقط A, B, C, D التي لواحقها على الترتيب: $z_A = 1+i, z_B = -1-i, z_C = -1, z_D = -i$

(أ) اكتب الاعداد المركبة: z_A, z_B, z_C, z_D على الشكل الاسي .

(ب) اكتب على الشكل الجبري و الاسي العدد المركب: $\frac{z_D}{z_D - z_B}$. فسر هذه النتيجة هندسيا.

5- ليكن r الدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$ نسمي A' صورة A بالدوران r و B' صورة B بالدوران r

أ. أحسب $z_{A'}$ لاحقة النقطة A' و $z_{B'}$ لاحقة النقطة B' .

ب. ماهي طبيعة الرباعي $AA'BB'$ ؟

6- ليكن التحويل h الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها z النقطة M' التي لاحقتها z' حيث: $z' = 4z + 3i$

(أ) عين طبيعة التحويل h و عناصره المميزة .

(ب) عين صورة الرباعي $AA'BB'$ بالتحويل h .

(ج) عين طبيعة التحويل h و عناصره المميزة .

التمرين الثالث: (7ن)

أ. المنحنى المقابل هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ

$$g(x) = 2x^3 - 3 + 6 \ln|x|$$

1- بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

2- بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α يحقق $1.07 < \alpha < 1.09$

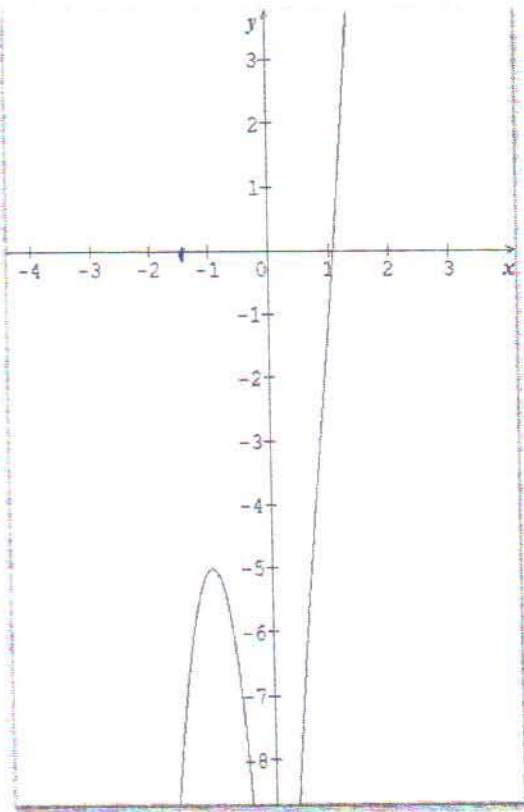
3- استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}^*$.

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $f(x) = 2x - 3 \frac{\ln|x|}{x^2}$.

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد

حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm, \|\vec{j}\| = 1cm$.

1- احسب $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ فسر النهاية الاخيرة هندسيا



2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي غير معدوم x : $f'(x) = \frac{x.g(x)}{x^4}$.

3- استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

4. بين أن $f(\alpha) = 3\alpha - \frac{3}{2\alpha^2}$. ثم حدد كعدداً $f(\alpha)$.

5. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعيته بالنسبة لـ (C_f) .

6- بين أنه يوجد مماس (D) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم (Δ) ويمس (C_f) في نقطتين، يطلب إعطاء معادلة له.

7- انشئ المستقيمين (D) و (Δ) والمنحنى (C_f) يعطى : $f(-0,75) = 0$

بالتوفيق