

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول :

الفضاء منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر النقط $A(1; -1; 4)$ ، $B(7; -1; -2)$ ، $C(1; 5; -2)$.

(1) أ) أحسب المركبات السلمية للأشعة \overline{AB} ، \overline{AC} و \overline{BC} .

ب) برهن أن المثلث ABC متقايس الأضلاع.

ج) برهن أن الشعاع $\vec{n}(1; 1; 1)$ هو شعاع ناظمي للمستوي (ABC) .

د) أستنتج أن معادلة المستوي (ABC) هي : $x + y + z - 4 = 0$.

$$(2) \text{ ليكن } (D) \text{ المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطى } \begin{cases} x = -2t \\ y = -2t - 2 \\ z = -2t - 3 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

أ) أثبت أن المسقيم (D) عمودي على المستوي (ABC)

ب) برهن أن إحداثيي النقطة G ، نقطة تقاطع المستقيم (D) و المستوي (ABC) هما : $(3; 1; 0)$.

ج) أثبت أن النقطة G هي مرجح الجملة $\{(A,1), (B,1), (C,1)\}$.

3) ليكن S سطح الكرة ذات المركز G و تشمل النقطة A .

أ) أكتب المعادلة الديكارتية لسطح الكرة S

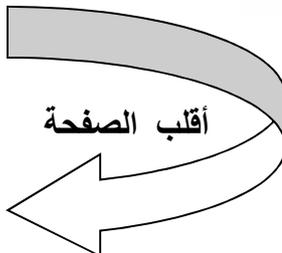
ب) عين إحداثيي E ، F نقطتي تقاطع المستقيم (D) و S .

التمرين الثاني :

1) نعتبر كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب المعرف كمايلي: $P(z) = z^3 + 2z^2 - 16$

أ) أحسب $P(2)$ ثم جد كثير الحدود $Q(z)$ بحيث يكون من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z-2) \times Q(z)$

ب) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة : $P(z) = 0$



(II) المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

(1) علم النقط A ، B و C :ات اللواحق $z_A = -2 - 2i$ ، $z_B = 2$ ، $z_D = -2 + 2i$ على الترتيب.

(2) أحسب اللاحقة z_C للنقطة C بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع ثم علم النقطة C .

(3) لتكن النقطة E صورة النقطة C بالدوران الذي مركزه B و زاويته $-\frac{\pi}{2}$ و النقطة F صورة النقطة C بالدوران الذي

مركزه D و زاويته $\frac{\pi}{2}$. عين z_E ، z_F لاحتتي النقطتين E و F على الترتيب ثم أنشئ E و F .

(4) أتحقق أن : $\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A} = i$ ، (ب) أستنتج طبيعة المثلث AEF

(5) لتكن النقطة I منتصف القطعة $[EF]$ ، عين صورة المثلث EBA بالدوران الذي مركزه I و زاويته $-\frac{\pi}{2}$.

التمرين الثالث :

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]2, +\infty[$ كما يلي : $f(x) = \frac{1}{2}x - 5 + 3\ln(x-1) - 3\ln(x-2)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أأحسب $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

(ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]2, +\infty[$ ، $f(x) = \frac{1}{2}x - 5 + 3\ln\left(\frac{x-1}{x-2}\right)$ ،

(ج) أستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أأحسب $f'(x)$ ثم بين أنه من أجل كل x من المجال $]2, +\infty[$: $f'(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{2(x-1)(x-2)}$

استنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن المستقيم (Δ) الي معادلة له : $y = \frac{1}{2}x - 5$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحني (C_f) بجوار $+\infty$.

(5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث : $2.3 \leq \alpha \leq 2.4$ و $9.2 \leq \beta \leq 9.3$.

(6) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحني (C_f)