الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية عين الدفلى

ثانوية حشامة بن عودة - سيدي لخضر - — المستوى : 3 تقني رياضي

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

الـمـدة : 3 ساعات — السنة الدراسية : 2022 / 2023

التمرين الأول :

1. أدرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي القسمة الإقليدية لكل من العددين 3^n و 4^n على 7.
2. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون العدد $(2\times 2006^{3n+2}+1424^{6n+1})$ قابلا للقسمة على 7.
3. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $U_n = 2\times 3^n + 3\times 4^n$.

(ا) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + ... + U_n$.

(ب) ماهي قيم الأعداد الطبيعية n التي يكون من أجلها S_n قابلا للقسمة على 7

التمرين الثاني :

g الدالة العددية المعرفة على $]-2;+\infty[$ كما يلي $g(x) = x - ln(x+2)$ و (C) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوثيقة المرفقة)

1. بقراءة بيانية حدد إتجاه تغير الدالة g .
2. نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $U_0 = 3$ و $U_{n+1} = g(U_n)$

(ا) مثل على محور الفواصل الحدود U_0 , U_1 , U_2 و U_3 مستعينا بالمنحنى (C) مظهرا خطوط الرسم .

(ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها

3. (ا) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $U_n \geq -1$

(ب) أدرس أتجاه تغير المتتالية (U_n).

(ج) استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة و أحسب نهايتها.

4. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $V_0 = 0$ و $V_n = ln[(U_0+2)(U_1+2)(U_2+2)...(U_{n-1}+2)]$.

(ا) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = 3 - U_n$.

(ب) أحسب P_n و S_n بدلالة n حيث :

$P_n = e^{U_0+V_0}\times e^{U1+V_1}\times ...\times e^{U_{n-1}+V_{n-1}}$ و $S_n = ln[(U_0+V_0)\times(U_1+V_1)\times ...\times(U_{n-1}+V_{v-1})]$

(ج) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}(U_0+2)(U_1+2)(U_2+2)...(U_{n-1}+2)$

التمرين الثالث :

الجزء الأول :

نعتبر المعادلة التفاضلية : $(E)\ldots y' + y = e^{-x}$

1. بين أن الدالة u المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $u(x) = xe^{-x}$ حل للمعادلة (E).
2. حل المعادلة التفاضلية : $(E_0)\ldots y' + y = 0$.
3. بين أن الدالة v المعرفة و القابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ تكون حلا للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كانت $v - u$ حلا للمعادلة (E_0).
4. استنتج جميع حلول المعادلة (E).
5. عين الدالة f_2 حل المعادلة (E) التي تأخذ القيمة 2 من أجل 0.

الجزء الثاني :

k عدد حقيقي معطى نرمز بـ f_k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي : $f_k(x) = (x+k)e^{-x}$.

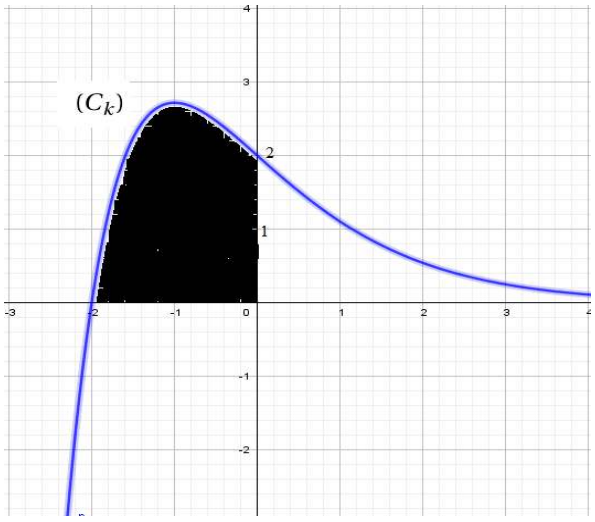
نرمز بـ (C_k) إلى تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1. عين نهايات f_k عند $-\infty$ و عند $+\infty$
2. أحسب f_k' من أجل كل عدد حقيقي x.
3. شكل جدول تغيرات الدالة f_k

الجزء الثالث :

نعتبر متتالية التكاملات I_n المعرفة بـ $I_0 = \int_{-2}^{0} e^{-x}dx$ و من اجل كل عدد طبيعي : $n \geq 1$: $I_n = \int_{-2}^{0} x^n e^{-x}dx$

1. أحسب القيمة المضبوطة لـ I_0.
2. باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن $I_{n+1} = (-2)^{n+1}e^2 + (n+1)I_n$.
3. استنتج القيم المضبوطة لـ I_1 و I_2 و $A = \int_{-2}^{0} \frac{1}{e^x}(1+x+x^2)dx$.

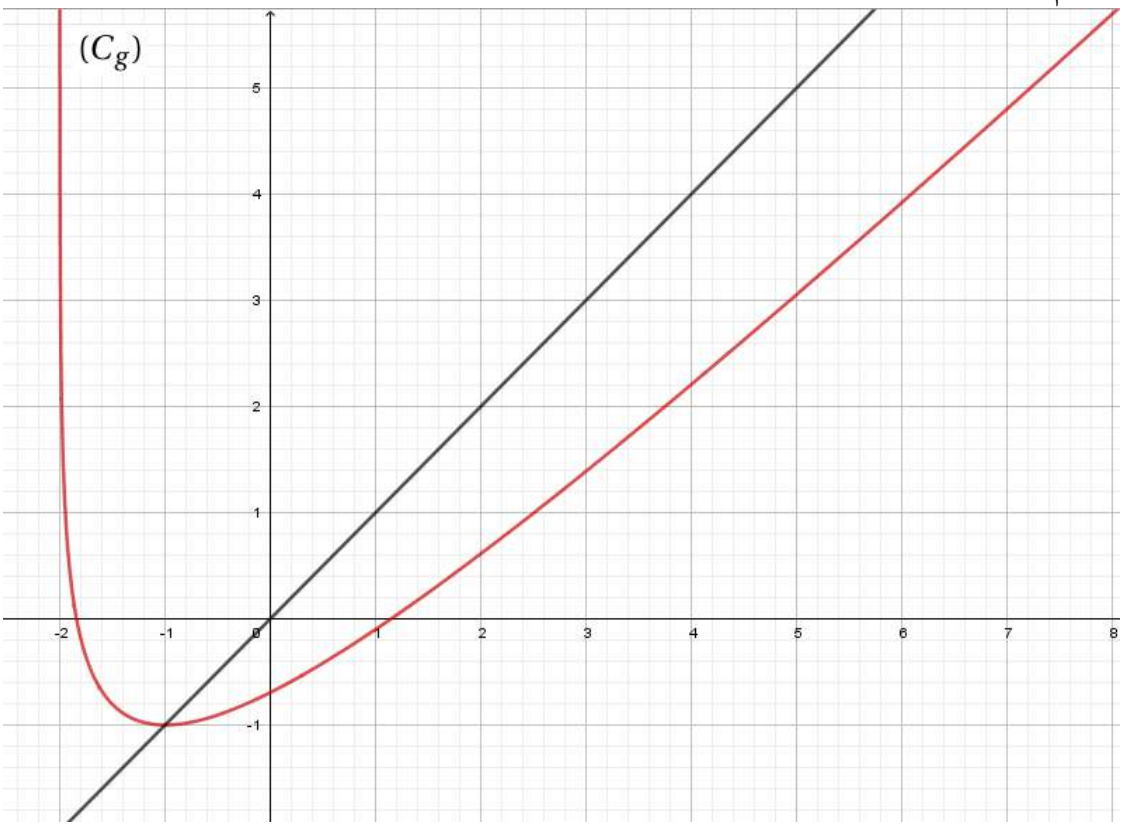


4. التمثيل البياني الموالي (C_k) هو لدالة f_k المعرفة في الجزء الثاني

(ا) باستعمال المعلومات المتوفرة في الشكل عين قيمة k المرفقة بالمنحنى (C_k).

(ب) لتكن S مساحة الجزء المظلل مقدرة بوحدة المساحات . عبر عن S بدلالة I_0 و I_1 ثم استنتج القيمة المضبوطة للمساحة S

الإسم و اللقب :



الإسم و اللقب :